

МАТЕМАТИКА 3 - испитна питања

- На усменом делу испита студент добија:
 - ако одговара само први или само други део испита: *два питања* из различитих подобласти одговарајућег дела градива (I, II, III за први део и IV, V, VI за други део градива).
 - ако одговара цео усмени испит: једно питање из подобласи I и II, једно питање из III и IV и једно питање из V и VI (укупно *три питања*).
- Студенти који нису радили домаће задатке, а желе већу оцену на усменом делу испита одговарају питање са листе додатних питања.
- При припремању усменог дела испита осим званичног уџбеника, можете користити и материјале који су постављени на Teams-у на каналу Математика 3/Настава/Фајлови.

ПИТАЊА ЗА ПРВИ ДЕО УСМЕНОГ ИСПИТА

I Диференцијалне једначине првог реда

1. Појам диференцијалне једначине првог реда. Решење диференцијалне једначине, опште, партикуларно, сингуларно решење.
2. Појам диференцијалне једначине првог реда. Кошијев проблем и теорема о егзистенцији и јединствености решења.
3. Једначина која раздваја променљиве.
4. Хомогена диференцијална једначина првог реда.
5. Линеарна диференцијална једначина првог реда.
6. Бернулијева и Рикатијева диференцијална једначина.
7. Једначина с тоталним диференцијалом. Формулација теореме о условима да једначина буде једначина с тоталним диференцијалом.

II Диференцијалне једначине n -тог реда

8. Диференцијалне једначине n -тог реда. Решење, опште и партикуларно решење. Кошијев проблем.
9. Диференцијалне једначине n -тог реда које дозвољавају снижавање реда.
10. Линеарна диференцијална једначина n -тог реда. Линеарност решења хомогене једначине. Линеарна независност функција. Дефиниција детерминанте Вронског.
11. Дефиниција фундаменталног система решења хомогене линеарне диференцијалне једначине n -тог реда. Запис општег решења.
12. Нехомогене линеарне диференцијалне једначине n -тог реда.
13. Хомогене линеарне диференцијалне једначине n -тог реда с константним коефицијентима. Карактеристична једначина - реални и различити корени.
14. Нехомогене линеарне диференцијалне једначине n -тог реда с константним коефицијентима. Метода неодређених коефицијената.

III Системи диференцијалних једначина

15. Појам система диференцијалних једначина. Записи система. Решење система. Егзистенција и јединственост решења.
16. Свођење диференцијалне једначине n -тог реда на n диференцијалних једначина првог реда.
17. Опште решење система диференцијалних једначина, интеграл и први интеграл. Формулација теореме о условима да функција буде интеграл система.
18. Дефиниције интеграла и првог интеграла система. Формулација теореме о независности првих интеграла.
19. Системи диференцијалних једначина вишег реда. Свођење на системе диференцијалних једначина првог реда.

Додатна питања за I део

1. Диференцијална једначина првог реда која се своди на хомогену једначину.
2. Формулација и доказ теореме о условима да једначина буде једначина с тоталним диференцијалом.
3. Једначина с тоталним диференцијалом. Интеграциони фактор.
4. Лагранжова метода варијације константи за нехомогену линеарну диференцијалну једначину 2-ог или n -тог реда.
5. Хомогене линеарне диференцијалне једначине n -тог реда с константним коефицијентима. Карактеристична једначина: комплексни корен.
6. Хомогене линеарне диференцијалне једначине n -тог реда с константним коефицијентима. Карактеристична једначина: међу коренима има вишеструких.
7. Формулација и доказ теореме о условима да функција буде интеграл система.

ПИТАЊА ЗА ДРУГИ ДЕО УСМЕНОГ ИСПИТА

IV Системи линеарних диференцијалних једначина

1. Системи линеарних диференцијалних једначина. Разни записи система. Кошијев проблем.
2. Хомогени системи линеарних диференцијалних једначина - особине решења.
3. Дефиниције фундаменталног скупа решења и фундаменталне матрице хомогеног система диференцијалних једначина. Матрични облик општег решења.
4. Нехомогени системи. Опште решење нехомогеног система.
5. Решавање хомогеног система са константним коефицијентима. Карактеристична једначина: реални различити корени.

V Функције комплексне променљиве

6. Функције комплексне променљиве. Елементарне функције комплексне променљиве.
7. Извод и диференцијабилност функције комплексне променљиве. Формулације теорема о неопходним и довољним условима диференцијабилности.
8. Аналитичке функције. Изоловани сингуларитети, типови изолованих сингуларитета.
9. Интеграл функције комплексне променљиве.
10. Формулације Кошијевих теорема за једноструку и вишеструку повезану област.
11. Прва и друга Кошијева формула за функције комплексне променљиве - формулације теорема.
12. Резидум функције комплексне променљиве. Рачунање помоћу лимеса и примене.

VI Лапласове трансформације

13. Дефиниција Лапласове трансформације и довољни услови за постојање.
14. Дефиниција Лапласове трансформације. Лапласова трансформација функције $f(t) = e^{bt}$.
15. Дефиниција Лапласове трансформације. Лапласова трансформација функција $f(t) = \sin bt$ и $f(t) = \cos bt$.
16. Дефиниција Лапласове трансформације. Лапласова трансформација функције $f(t) = t^n$.
17. Лапласова трансформација јединичне одскочне функције $f(t) = u(t-b)$. Колико је $L\{f(t-b)u(t-b)\}$?
18. Особина линеарности за Лапласову трансформацију. Колико је $L\{f(bt)\}$, $L\{e^{bt}f(t)\}$?
19. Дефиниција и особине конволуције и формулација Борелове теореме.
20. Инверзна Лапласова трансформација. Једнозначност.
21. Инверзна Лапласова трансформација рационалних функција.
22. Инверзна Лапласова трансформација производа функција.

Додатна питања за II део

1. Веза између вредности детерминанте Вронског и линеарне зависности фундаменталног система решења.
2. Системи линеарних диференцијалних једначина. Лагранжова метода варијације констаната за нехомогени систем.
3. Решавање хомогеног система са константним коефицијентима. Карактеристична једначина: једноструки комплексни корени.
4. Формулација и доказ теореме о неопходним условима диференцијабилности.
5. Формулација и доказ теореме о довољним условима диференцијабилности.
6. Прва Кошијева формула за функције комплексне променљиве - формулација и доказ теореме.
7. Формулација и доказ Борелове теореме.
8. Дефиниција Лапласове трансформације. Особина извода за Лапласову трансформацију.
9. Инверзна Лапласова трансформација. Егзистенција и Мелинова формула.