

## ЗАДАЦИ ЗА ВЕЖБУ:

- 1.** Одредити све тачке нагомилавања низа  $(a_n)$ , где је општи члан низа:

$$a_n = \left( \frac{n^{2018} + n^{2017}}{n^{2018} + 1} \right)^n + \frac{2018^{n+1}(1 + (-1)^{n+1})}{2018^n + (-1)^n}.$$

- 2.** Одредити параметар  $p$  за који је низ  $(a_n)$  конвергентан, где је општи члан низа:

$$a_n = \left( p + \left( \frac{n^2 + 2}{n^2 - n + 1} \right)^{2n+1} \right) \sin \frac{n\pi}{2}.$$

- 3. a)** Дат је низ

$$a_n = \left( \frac{n^2 + n + 1}{n^2 - n + 1} \right)^{an}.$$

Одредити за које вредности параметра  $a$  ће низ  $(a_n)$  конвергирати.

- b)** Одредити све тачке нагомилавања низа  $(b_n)$ , где је општи члан низа

$$b_n = \left( \frac{n^2 + n + 1}{n^2 - n + 1} \right)^{3n} \sin \frac{2n\pi}{3} + \frac{1}{n} \left( \frac{1}{\sqrt[3]{8n^3 - n^2}} + \frac{1}{\sqrt[3]{8n^3 - n^2 + 1}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt[3]{8n^3 + n^2}} \right).$$

- 4.** Нека је дат низ  $(a_n)$  чији је општи члан

$$a_n = \left( \frac{n + 3\sqrt{n} + 1}{n - 1} \right)^{\sqrt{n-1}}, \quad n \geq 2.$$

Испитати конвергенцију низа  $(a_n)$  и у случају да конвергира наћи његову граничну вредност.

- 5.** Нека је дат низ  $(a_n)$  чији је општи члан

$$a_n = \frac{(n+1)^2}{n^3 - 2n} + \frac{(n+1)^2}{n^3 - 2n + 1} + \cdots + \frac{(n+1)^2}{n^3 + 2n}, \quad n \in \mathbb{N}$$

- a)** Испитати конвергенцију низа  $(a_n)$  и у случају да конвергира наћи његову граничну вредност.

- b)** Одредити све тачке нагомилавања низа  $(b_n)$ , чији је општи члан

$$b_n = a_n \cdot (-1)^n + \sin \left( \frac{(1 + (-1)^n)n\pi}{3} \right).$$

- 6.** Нека је дат низ  $(a_n)$  чији је општи члан

$$a_n = \left( \frac{n^2 + 5 + (2n+1)(7n-1)}{15n^2 + 1} \right)^{n+1}, \quad n \in \mathbb{N}$$

- a)** Одредити граничну вредност низа  $(a_n)$ .

- b)** Одредити све тачке нагомилавања низа  $(b_n)$ , чији је општи члан

$$b_n = (-1)^{n+1} \cdot a_n + \frac{2n+1}{n+1} \cos \frac{n\pi}{3}.$$

- 7.** Одредити граничну вредност

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - \sin^2 x - 2 \cos x}{\ln(1 + \tan^2 x) - \sin^2 x}.$$

- 8. a)** Одредити Тейлоров полином другог степена функције  $\frac{1}{\sqrt[3]{6-x}}$  у околини тачке  $x_0 = -2$ .

- b)** Израчунати

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(1 - \cos 2x)}{x^4}.$$

9. a) Одредити Тейлоров полином другог степена функције  $f(x) = \operatorname{tg}x$  у околини тачке  $x_0 = 1$ .

б) Израчунати

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(\ln(1+x)) - e^{x^3 - \frac{x^2}{2}}}{\operatorname{tg}x - \sin x}.$$

10. Одредити вредност реалног параметра  $A$  за коју је функција

$$f(x) = \begin{cases} (1 + \sin x)^{1+1/x}, & x \neq 0 \\ A, & x = 0 \end{cases}$$

непрекидна у тачки  $x = 0$ .

11. Одредити вредност реалног параметра  $p$  за коју је функција

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 \sqrt[3]{1+x} + 3 \sin(\sin x) - \frac{x^4}{3} - 3x}{x^5}, & x \neq 0 \\ p, & x = 0 \end{cases}$$

непрекидна у тачки  $x = 0$ .

12. a) Одредити Маклоренове полиноме четвртог степена за функције  $f(x) = e^{2x^2}$  и  $g(x) = \cos(\sin x)$ .

б) Израчунати граничну вредност

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x^2 + 2 \cos x - 2}{e^{2x^2} + 4 \cos(\sin x) - 5}.$$

13. Дата је функција

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3x + \frac{1}{2} \ln\left(\frac{1-2x}{1+2x}\right) - x \cos x}{x^3}, & x \in \left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) \setminus \{0\} \\ A, & x = 0 \end{cases}$$

a) Одредити Маклоренов полином трећег степена функције  $\ln\left(\frac{1-2x}{1+2x}\right)$ .

б) Одредити вредност параметра  $A$  тако да функција  $f(x)$  буде непрекидна у тачки  $x = 0$ .

14. (јануар 2019) Израчунати граничну вредност

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1 + \sin(x^2)}{1 - \sin(x^2)} \right)^{\frac{1}{(\sin x)^2}}.$$

15. a) Одредити Маклоренов полином четвртог степена функције  $f(x) = \ln\left(\frac{1+x^2}{\cos x}\right)$  и функције  $g(x) = \sin(\cos x - 1)$ .

б) Одредити граничну вредност:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - x \sin x - e^{x^2/2} + 1}{g(x) - \ln \sqrt{1+x} - \ln \sqrt{1-x}}.$$

16. a) Одредити Тейлоров полином другог степена функције  $f(x) = \operatorname{arctg} x$  у околини тачке  $x = 1$ .

б) Одредити граничну вредност:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(\ln(1+x^2)) + \sin(\ln(1+x^2)) - e^{x^2}}{\operatorname{arctg} x^4}.$$