

### Пример 1

1. Решити диференцијалну једначину

$$xy'' = y' + x((y')^2 + x^2).$$

2. Одредити опште решење система диференцијалних једначина

$$x'(t) = \frac{-x + y - xy^2}{x^2 + y^2}, \quad y'(t) = \frac{x + y - x^2y}{x^2 + y^2}.$$

3. Израчунати  $\int\limits_{C+} \frac{e^{\pi z} - 1}{z^5 + 4z^3} dz$ , ако је  $C = \{z : |z - i| = 2\}$ .

4. Применом Лапласове трансформације решити једначину

$$y''(t) + 4y'(t) + 4y(t) = e^{-2t}(\cos t + 2 \sin t),$$

ако је  $y(0) = 1$  и  $y'(0) = 0$ .

### Пример 2

1. Решити диференцијалну једначину

$$y'(\ln^2 y + x + 1) = y.$$

2. Одредити опште решење система диференцијалних једначина

$$\begin{aligned} x' &= 3x + 2y - z \\ y' &= -x + z \\ z' &= 3x + 3y + z \end{aligned}$$

3. Израчунати  $\int\limits_{C-} \frac{\operatorname{tg} z}{z^3} dz$ , ако је  $C = \{z : |z - i| = 2\}$ .

4. Применом Лапласове трансформације решити једначину

$$y''(t) - 2y'(t) - 3y(t) = e^t \operatorname{ch} t,$$

ако је  $y(0) = 0$  и  $y'(0) = 1$ .

### Пример 3

1. Решити диференцијалну једначину

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x^2 + y + 1}{y^2 - x}.$$

**2.** Одредити опште решење система диференцијалних једначина

$$\begin{aligned}x' &= 4x + y + 3z \\y' &= -x - y + z \\z' &= -2x - y - z\end{aligned}$$

**3.** Израчунати  $\int_{C+} \frac{e^{z^2} - 1}{z^3(z^2 + 1)} dz$ , ако је  $C = \{z : |z + 1| = 2\}$ .

**4.** Применом Лапласове трансформације решити једначину

$$y''(t) - 2y'(t) + 2y(t) = e^{-t} \cos t,$$

ако је  $y(0) = 1$  и  $y'(0) = 0$ .

#### Пример 4

**1.** Решити диференцијалну једначину

$$2xyy' = x(\ln x + 1) - y^2.$$

**2.** Одредити опште решење система диференцијалних једначина

$$\begin{aligned}x' &= 2x + 3y - 2z \\y' &= -y + 2z \\z' &= -3x - 3y + z\end{aligned}$$

**3.** Израчунати  $\int_{C+} \bar{z}(z + \operatorname{Re} z) dz$ , ако је  $C$  граница области  $D = \{z : 1 < |z| < 2, \operatorname{Re} z < 1, \operatorname{Im} z > 0\}$ .

**4.** Применом Лапласове трансформације решити једначину

$$y'(t) = 3 \int_0^t e^{2(t-x)} y(x) dx - 3 + 8e^{2t},$$

ако је  $y(0) = 1$ .

#### Пример 5

**1.** Решити диференцијалну једначину

$$x(\sin y - x)y' - \cos y = 0.$$

**2.** Одредити опште решење система диференцијалних једначина

$$\begin{aligned}x' &= -x + y + z \\y' &= 3x + y - z \\z' &= -3x - y + z\end{aligned}$$

3. Израчунати  $\int_{C+} \bar{z}(z^2 + \operatorname{Im}|z|) dz$ , ако је  $C$  граница области  $D = \{z : |z| < 1, \operatorname{Im} z > |\operatorname{Re} z|\}$ .

4. Применом Лапласове трансформације решити једначину

$$y''(t) - 2y'(t) + 3y(t) = e^t \cos^2 t,$$

ако је  $y(0) = 1$  и  $y'(0) = 1$ .

### Пример 6

1. Решити диференцијалну једначину

$$2(\sin x + \cos x)y' + y^3 = (\cos x - \sin x)y.$$

2. Одредити опште решење система диференцијалних једначина

$$\begin{aligned} x' &= x + y + 2z \\ y' &= -2x - 2y - 2z \\ z' &= -2x - y + 3z \end{aligned}$$

3. Израчунати  $\int_{C-} \bar{z}|z|(\operatorname{Re} z + \operatorname{Im}|z|) dz$ , ако је  $C$  граница области  $D = \{z : |z| < 1, \operatorname{Im} z > 0, \operatorname{Re} z > 0\}$ .

4. Применом Лапласове трансформације решити једначину

$$y''(t) - 4y'(t) + 5y(t) = 8 \sin t,$$

ако је  $y(0) = 2$  и  $y'(0) = 5$ .

### Пример 7

1. Решити диференцијалну једначину

$$(3y^2 - 2xy + x^2) dx - (y^2 + 2xy - x^2) dy = 0.$$

2. Одредити опште решење система диференцијалних једначина

$$\begin{aligned} x' &= 3x + 3y - 2z \\ y' &= -2x - y + 2z \\ z' &= -x + 2z \end{aligned}$$

3. Израчунати  $\int_{C-} \frac{e^z}{z(z-1)^2} dz$ , ако је  $C = \{z : |z+i|=2\}$ .

4. Применом Лапласове трансформације решити систем

$$\begin{aligned} x'(t) &= x(t) - y(t) + \cos t \\ y'(t) &= -4x(t) + y(t) + 4 \sin t \end{aligned}$$

ако је  $x(0) = 0$  и  $y(0) = 1$ .