

МАТЕМАТИКА 3 –

полагање усменог испита и испитна питања

У школској 2025/26 години усмени део испита се полаже у **форми теста**, према следећим правилима:

1. Тест за полагање пола испита има 4, а за цео испит 8 питања. Свако питање вреди по 5 поена. Време израде теста је 20 мин за пола, односно 40 мин за цео испит.
2. Када се полаже тест за пола испита (први или други део), сматра се положеним ако се скупи најмање 10 поена (од 20).
3. Да би био положен тест за цео усмени испит, потребно је скупити најмање по 8 поена на питањима за први и други део испита, а у збиру 20 поена (од 40).
4. Приликом обрачуна поена за закључну оцену, биће употребљени **скалирани** поени, по следећој формули (p је ознака за поене на положеном тесту, $f(p)$ је ознака за скалиране поене): $f(p) = p(1,25 - t \cdot 0,25)$, при чему је за цео испит $t = (p - 20)/20$, а за пола испита $t = (p - 10)/10$. (Тако је нпр. за цео испит $f(20) = 25$, $f(30) = 33,75 \sim 34$, $f(40) = 40$, а нпр. за пола испита $f(10) = 12,5$, $f(20) = 20$.)
5. Студенти који нису радили домаће задатке, а желе већу оцену на усменом делу испита одговарају питања са листе додатних питања, по једно питање за први и други део испита. Одговор на свако од тих питања вреди максимално по 5 поена. Такво одговарање ће бити организовано после објављивања резултата теста, **искључиво** за студенте који то означе на тесту, и при томе скупе најмање 30 поена (од 40) за цео испит, или у случају полагања одвојено првог и другог дела, најмање 15 поена (од 20) на одговарајућем делу.

Питања на тесту ће бити или целокупна питања са наведеног списка основних питања, или делови тих питања или комбинације делова питања. При томе, на тесту се могу појавити ознаке различите од наведених у питањима или уџбенику, или конкретне бројне вредности. Могуће су и мање варијације у формулацији питања.

ПИТАЊА ЗА ПРВИ ДЕО УСМЕНОГ ИСПИТА

I Диференцијалне једначине првог реда

1. Појам диференцијалне једначине првог реда. Решење диференцијалне једначине, опште, партикуларно, сингуларно решење.
2. Појам диференцијалне једначине првог реда. Кошијев проблем и теорема о егзистенцији и јединствености решења.
3. Једначина која раздваја променљиве.
4. Хомогена диференцијална једначина првог реда.
5. Линеарна диференцијална једначина првог реда.
6. Бернулијева и Рикатијева диференцијална једначина.
7. Једначина с тоталним диференцијалом. Формулација теореме о условима да једначина буде једначина с тоталним диференцијалом.

II Диференцијалне једначине n -тог реда

8. Диференцијалне једначине n -тог реда. Решење, опште и партикуларно решење. Кошијев проблем.
9. Диференцијалне једначине n -тог реда које дозвољавају снижавање реда.

10. Линеарна диференцијална једначина n -тог реда. Линеарност решења хомогене једначине. Линеарна независност функција. Дефиниција детерминанте Вронског.
11. Дефиниција фундаменталног система решења хомогене линеарне диференцијалне једначине n -тог реда. Запис општег решења.
12. Нехомогене линеарне диференцијалне једначине n -тог реда. Облик општег решења. Метода суперпозиције.
13. Хомогене линеарне диференцијалне једначине n -тог реда с константним коефицијентима. Облик решења у случају када су корени карактеристичне једначине: реални, комплексни, једноструки или вишеструки.
14. Нехомогене линеарне диференцијалне једначине n -тог реда с константним коефицијентима. Метода неодређених коефицијената.

III Системи диференцијалних једначина

15. Појам система диференцијалних једначина. Записи система. Решење система. Егзистенција и јединственост решења.
16. Свођење диференцијалне једначине n -тог реда на n диференцијалних једначина првог реда.
17. Опште решење система диференцијалних једначина, интеграл и први интеграл. Формулација теореме о условима да функција буде интеграл система.
18. Дефиниције интеграла и првог интеграла система. Формулација теорема о независности првих интеграла.
19. Системи диференцијалних једначина вишег реда. Свођење на системе диференцијалних једначина првог реда.

ПИТАЊА ЗА ДРУГИ ДЕО УСМЕНОГ ИСПИТА

IV Системи линеарних диференцијалних једначина

1. Системи линеарних диференцијалних једначина. Разни записи система. Кошијев проблем.
2. Хомогени системи линеарних диференцијалних једначина - особине решења.
3. Дефиниције фундаменталног скупа решења и фундаменталне матрице хомогеног система диференцијалних једначина. Матрични облик општег решења.
4. Нехомогени системи. Опште решење нехомогеног система.
5. Решавање хомогеног система са константним коефицијентима. Облик решења у случају када су корени карактеристичне једначине једноструки реални или једноструки комплексни.

V Функције комплексне променљиве

6. Функције комплексне променљиве. Елементарне функције комплексне променљиве.
7. Извод и диференцијабилност функције комплексне променљиве. Формулације теорема о неопходним и довољним условима диференцијабилности.
8. Аналитичке функције. Изоловани сингуларитети, типови изолованих сингуларитета.
9. Интеграл функције комплексне променљиве.
10. Формулације Кошијевих теорема за једноструко и вишеструко повезану област.
11. Прва и друга Кошијева формула за функције комплексне променљиве - формулације теорема.
12. Резидум функције комплексне променљиве. Рачунање помоћу лимеса и примене.

VI Лапласове трансформације

13. Дефиниција Лапласове трансформације и довољни услови за постојање.
14. Лапласова трансформација функције $f(t) = e^{bt}$.

15. Лапласова трансформација функција $f(t) = \sin bt$ и $f(t) = \cos bt$.
16. Лапласова трансформација функције $f(t) = t^n$.
17. Лапласова трансформација јединичне одскочне функције $f(t) = u(t-b)$. Колико је $L\{f(t-b)u(t-b)\}$?
18. Особина линеарности за Лапласову трансформацију. Колико је $L\{f(bt)\}$, $L\{e^{bt}f(t)\}$?
19. Дефиниција и особине конволуције и формулација Борелове теореме.
20. Инверзна Лапласова трансформација. Једнозначност.
21. Инверзна Лапласова трансформација рационалних функција.
22. Инверзна Лапласова трансформација производа функција.

ДОДАТНА ПИТАЊА

Први део испита

1. Диференцијална једначина првог реда која се своди на хомогену једначину.
2. Формулација и доказ теореме о условима да једначина буде једначина с тоталним диференцијалом.
3. Једначина с тоталним диференцијалом. Интеграциони фактор.
4. Лагранжова метода варијације константи за нехомогену линеарну диференцијалну једначину 2-ог или n -ог реда.
5. Хомогене линеарне диференцијалне једначине n -ог реда с константним коефицијентима. Карактеристична једначина: реални различити корени; независност партикуларних решења.
6. Хомогене линеарне диференцијалне једначине n -ог реда с константним коефицијентима. Карактеристична једначина: комплексни корен; независност партикуларних решења.
7. Хомогене линеарне диференцијалне једначине n -ог реда с константним коефицијентима. Карактеристична једначина: међу коренима има вишеструких.
8. Формулација и доказ теореме о условима да функција буде интеграл система.

Други део испита

1. Веза између вредности детерминанте Вронског и линеарне зависности фундаменталног система решења.
2. Системи линеарних диференцијалних једначина. Лагранжова метода варијације констаната за нехомогени систем.
3. Решавање хомогеног система са константним коефицијентима. Карактеристична једначина: реални различити корени.
4. Решавање хомогеног система са константним коефицијентима. Карактеристична једначина: једноструки комплексни корени.
5. Формулација и доказ теореме о неопходним условима диференцијабилности функције комплексне променљиве.
6. Формулација и доказ теореме о довољним условима диференцијабилности функције комплексне променљиве
7. Прва Кошијева формула за функције комплексне променљиве - формулација и доказ теореме.
8. Формулација и доказ Борелове теореме.
9. Дефиниција Лапласове трансформације. Особина извода за Лапласову трансформацију.
10. Инверзна Лапласова трансформација. Егзистенција и Мелинова формула.