

Презиме и име : Bojković Tamara , број индекса : 421/10/14

1. Одредити екстремне вредности функције (ако оне постоје)  $f(x, y) \mapsto z$  задате имплицитно једначином:

$$x^2 + y^2 - z^2 - 3yz + xy - 2x - 4y + 2z + 4 = 0.$$

2. Одредити највећу и најмању вредности функције

$$f(x, y) = x^2 - 2y^2 + 3$$

на скупу  $D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 9, y \geq x\}$ .

3. Израчунати:  $\int \frac{\ln(x^2 + 4)}{(x + 1)^2} dx$ .

4. Израчунати:

$$\iint_D (x - y) \sin(2x + y) dx dy,$$

где је  $D$  паралелограм ограничен правима:  $x + 2y = 1, x + 2y = 2, 2x + y = 0, 2x + y = \frac{\pi}{2}$ .

Презиме и име : Аеспић Виктор , број индекса : 19/13

1. Одредити локалне екстремне вредности функције  $z = f(x, y)$  имплицитно задате једначином:

$$z^3 + 6x^2z - 3y^2z - x^2 + y^2 = \frac{1}{64}.$$

2. Одредити све екстремне вредности функције

$$f(x, y) = 2x^2 + 2y^3,$$

при услову  $x^2 + 9y^2 = 81$ .

3. Израчунати: а)  $\int \frac{\sqrt{x+2} + \sqrt{x-2}}{\sqrt{x+2}} dx$ ; б)  $\int_{\frac{5}{2}}^{\frac{10}{3}} \frac{\sqrt{x+2} + \sqrt{x-2}}{\sqrt{x+2}} dx$ .

4. Израчунати:

$$\iint_D (2x^2 + xy) dx dy,$$

где је  $D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 4, x \geq 0, y \leq 0\}$ .

Презиме и име : Сивст Александар , број индекса : 705/13

1. Одредити локалне екстремне вредности функције  $z = f(x, y)$  имплицитно задате једначином:

$$z^3 - \frac{1}{3}x^2z + \frac{1}{6}y^2z + x^2 - y^2 = 64.$$

2. Одредити све екстремне вредности функције

$$f(x, y) = 2x^3 + 2y^2,$$

при услову  $4x^2 + y^2 = 16$ .

3. Израчунати: а)  $\int \frac{\sqrt{x+3} - \sqrt{x-3}}{\sqrt{x-3}} dx$ ; б)  $\int_{\frac{15}{4}}^5 \frac{\sqrt{x+3} - \sqrt{x-3}}{\sqrt{x-3}} dx$ ;

4. Израчунати:

$$\iint_D \frac{x^2y + y^2}{\sqrt{x^2 + y^2}} dx dy,$$

где је  $D = \{(x, y) : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 25, x \geq 0, y \geq 0\}$ .

Презиме и име : \_\_\_\_\_ , број индекса : \_\_\_\_\_

1. Одредити локалне екстремне вредности функције  $z = f(x, y)$  имплицитно задате једначином:

$$-z^3 + 2x^2 + y^2 + z^2 - xy^2 = 2, \quad z \neq 0.$$

2. Одредити највећу и најмању вредности функције

$$f(x, y) = e^{xy+x-2y+3}$$

на скупу  $D = \{(x, y) : x^2 \leq y \leq 4\}$ .

3. Израчунати:  $\int \ln(1 - x + x^2 - x^3) dx$ .

4. Израчунати:

$$\iint_D \frac{dx dy}{(x + y)^2},$$

где је  $D = \{(x, y) : 1 \leq x^2 + y^2 \leq e^2, x \geq 0, y \geq 0\}$ .

Презиме и име : Matković Lejla , број индекса : 78/13

1. Функцију  $f(x, y) \mapsto z$  задату имплицитно једнакошћу:

$$z^3 + x^2 + y^2 - z^2x - xy^2 = 3, \quad z \neq 0.$$

апроксимирати Тејлоровим полиномом другог степена у околини тачке  $A(2, -1)$ .

2. Одредити све екстремне вредности функције

$$f(x, y) = 4x^2 - 12xy - y^2,$$

при услову  $2x^2 + y^2 = 36$ .

3. Израчунати:  $\int \frac{x \sin x}{(2 + \cos x)^2} dx$ .

4. Израчунати:

$$\iint_D 2xe^{(x^2 - y^2)} dx dy,$$

где је  $D$  област ограничена правима:  $y = x - 1$ ,  $y = x + 1$ ,  $y = -x$  и  $y = -x + 1$ .

Презиме и име : Pejović Lazar , број индекса : 734/12

1. Одредити екстремне вредности функције  $f(x, y) \mapsto z$  задате имплицитно једначином:

$$2z^2 + 3x^2z + 12xz + 2y^3z - 6yz + 14 = 0, \quad z \neq 1.$$

2. Одредити највећу и најмању вредности функције

$$f(x, y) = x^2 + 2xy - 4x + 8y$$

на правоугаонику ограниченом правима  $x = 0, y = 0, x = 1, y = 2$ .

3. Израчунати дужину лука криве  $y = \arcsin(e^{-x})$  за  $0 \leq x \leq 1$ .

4. Израчунати:

$$\iint_D (2 - 2x - 3y) \, dx \, dy,$$

где је  $D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 9\}$ .

Презиме и име : \_\_\_\_\_ , број индекса : \_\_\_\_\_

1. Одредити екстремне вредности функције:

$$f(x, y) = 2x^2 - 4xy + y^4 + 2.$$

2. Одредити све екстремне вредности функције:

$$f(x, y, z) = xy^2z^3$$

уз услову  $x + y + z = 6$ ,  $x, y, z \neq 0$ .

3. Одредити:
- $\int \frac{dx}{x(x^2 + 2x + 3)}.$

4. Израчунати:

$$\iint_D 2y(x - y)e^{x-y} dx dy,$$

где је  $D$  паралелограм чија су темена тачке  $(0, 0), (3, 3), (7, 3), (4, 0)$ .

Презиме и име : \_\_\_\_\_ , број индекса : \_\_\_\_\_

1. Одредити екстремне вредности функције:

$$f(x, y) = 4x^2 - 8xy + 2y^4 + 3.$$

2. Одредити све екстремне вредности функције:

$$f(x, y, z) = x^3y^2z$$

уз услову  $x + y + z = 6$ ,  $x, y, z \neq 0$ .

3. Одредити:
- $\int \frac{dx}{x(x^2 + 2x + 5)}.$

4. Израчунати:

$$\iint_D y(x - y)e^y dx dy,$$

где је  $D$  паралелограм чија су темена тачке  $(0, 0), (3, 3), (7, 3), (4, 0)$ .

Презиме и име : Маса Милица , број индекса : 588/06

1. Решити диференцијалну једначину

$$y' = y^4 \cos x + y \operatorname{tg} x .$$

2. Одредити опште решење система диференцијалних једначина

$$\begin{aligned} x' &= x + 2y - z \\ y' &= -x + z \\ z' &= -2x - 2y + 3z \end{aligned}$$

3. Одредити аналитичку ф-ју  $f : x + iy \rightarrow u(x, y) + iv(x, y)$  , ако је  $f(0) = i$  и

$$u(x, y) = x^2 - y^2 - x .$$

4. Применом Лапласове трансформације решити једначину

$$y'' + 2y' + y = 2 \cos^2 t ,$$

ако је  $y(0) = y'(0) = 0$  .

Име и презиме : \_\_\_\_\_, број индекса : \_\_\_\_\_

1. Одредити локалне екстремуме за функцију  $f : (x, y) \mapsto z$  задату имплицитно једнакошћу:

$$6x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 4xy - 8x + 4z = -4, \quad z < 0.$$

2. Одредити највећу и најмању вредност функције:

$$f(x, y) = x^2 + xy + 3x + 2y + 2,$$

на скупу  $D = \{(x, y) | x^2 \leq y \leq 4\}$ .

3. Одредити:  $\int \frac{9 + 6\sqrt{x} + x}{4\sqrt{x} + x} dx$ .

4. Израчунати:

$$\iint_D x \sqrt{3y} \, dx \, dy,$$

где је  $D = \{(x, y) | 3x^2 + 5y^2 \leq 15, \quad x \leq 0, \quad y \geq 0\}$ .

Име и презиме : \_\_\_\_\_, број индекса : \_\_\_\_\_

1. Одредити Тејлоров полином другог степена у околини тачке  $E(1, 2)$  за функцију:

$$f(x, y) = \sqrt{4x^2 + y^2 + 1}.$$

2. Одредити највећу и најмању вредност функције:

$$f(x, y) = 2x^2 + 3y^2 - 4x - 5,$$

на скупу  $D = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 16\}$ .

3. Одредити:  $\int (1 - 2x) \arctan \frac{2 + 2x}{1 - 4x} dx$ .

4. Израчунати:

$$\iint_D \frac{dx \, dy}{x^2 + y^2 + 3},$$

где је  $D = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 8, \quad y \leq x\}$ .

Име и презиме : Владимир Станковић , број индекса : 143/14

1. Одредити Маклоренов полином другог степена за функцију  $f : (x, y) \mapsto z$  задату имплицитно једнакошћу:

$$x + 2y + z + e^{2z} = 1.$$

2. Одредити највећу и најмању вредност функције:

$$f(x, y) = xy - x^3y^2,$$

на квадратној области  $D = \{(x, y) | 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}$ .

3. Одредити:  $\int \frac{2e^{3x} + e^{2x}}{e^{3x} - 2e^{2x} + e^x - 2} dx$ .

4. Израчунати:

$$\iint_D \frac{dx dy}{5 + 3x^2 + 3y^2},$$

где је  $D = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 12, y \geq \frac{1}{\sqrt{3}}x\}$ .

Презиме и име : \_\_\_\_\_, број индекса : \_\_\_\_\_

1. Одредити локалне екстремуме за функцију  $f : (x, y) \mapsto z$  задату имплицитно једнакошћу:

$$(x-2)^2 z + 2(x-3)z^2 + (y+1)^2 z + 16 = 0$$

2. Одредити локалне екстремуме функције  $f(x, y, z) = x + y - z$  при услову  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ .

3. Одредити:

$$\int \frac{e^{4x} + e^{3x} - e^{2x} + 2e^x - 2}{e^{2x} - e^x - e^{-x} + 1} dx$$

4. Израчунати:

$$\iint_D \ln \left( 1 + \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}} \right) dx dy,$$

где је  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}$ .

Презиме и име : \_\_\_\_\_, број индекса : \_\_\_\_\_

1. Одредити Тејлоров полином другог степена у околини таке  $B(1, 0)$  за функцију  $f : (x, y) \mapsto z$  задату имплицитно једнакошћу:

$$z^2 - x + x^3 + 2y^2 - xy + 2yz = 1, \quad z < 0$$

2. Одредити највећу и најмању вредности функције

$$f(x, y) = (x + y)e^{-x^2 - y^2}$$

на области  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | x^2 + y^2 \leq 1\}$ .

3. Одредити дужину лука криве  $y = 3 \ln(x - \sqrt{x^2 - 9})$  за  $3 \leq x \leq 5$ .

4. Израчунати:

$$\iint_D e^{(y+2x)} \cdot \cos(\ln(y-x)) dx dy,$$

где је  $D$  паралелограм ограничен правима:  $y = x + e^\pi$ ,  $y = -2x$ ,  $y = x + e^{2\pi}$ ,  $y = -2x + 1$ .