

1 (Јануар, 2006)

1. Одредити локалне екстремуме функције $f : (x, y, z) \mapsto 2x^2 + y^2 + 2z^2$ при услову $x + y + 2z = -7$.
2. Одредити највећу и најмању вредност функције $f : (x, y) \mapsto 2x^2 + y^2 - 4x + 2y$ на области \mathcal{D} која је ограничена линијама: $y = \frac{1}{2}x - 2$, $y = -\frac{1}{2}x - 2$ и $y = 0$.
3. Израчунати површину области ограничене линијама $y = x \sin x$ и $y = x \cos x$ за $x \in [\pi/4, 3\pi/4]$.
4. Израчунати $\iint_{\mathcal{D}} e^{2y} dx dy$ ако је $\mathcal{D} = \{(x, y) : |x| + |y| \leq 2\}$.

2 (Јануар, 2006)

1. Одредити локалне екстремуме функције

$$f : (x, y, z) \mapsto \frac{xy}{2} + \frac{2}{x} - \frac{1}{y} + z^3 - 3z.$$

2. Апроксимирати функцију $f : (x, y) \mapsto \sqrt{1 + x(y - 1)}$ Тејлоровим полиномом другог степена у околини тачке $A(0, 1)$.
3. Израчунати $\int \frac{x^2 - 1}{x^2} \ln x dx$.
4. Израчунати запремину тела ограниченог површима $z^2 = x^2 + y^2 + 1$ и $x^2 + y^2 = 4$.

3 (Јуни, 2006)

1. Функцију $f : (x, y) \mapsto z$ задату имплицитно једнакошћу

$$y^3 - \frac{x^2}{6} - z^2 + xy - 6y + 2z + 8 = 0, \quad z < 0$$

апроксимирати Тејлоровим полиномом другог степена у околини тачке $A(0, 1)$.

2. Одредити локалне екстремуме функције $f : (x, y) \mapsto \frac{1}{x} + \frac{1}{2y}$ при услову $x^2 + 4y^2 = 2$ и $x > 0$.
3. Израчунати $\int (2x + 3) \ln(x^2 - 2x - 3) dx$.

4. Израчунати запремину тела ограниченог површима $x^2 - 6x + y^2 = -8$, $x^2 - 6x + y^2 = -5$ и $z = x + y$ при чему је $y \geq 0$.

4 (Јуни, 2006)

1. Одредити локалне екстремуме функције

$$f : (x, y, z) \mapsto 2y^2 - 4z + \frac{x^2}{y} + \frac{2z^2}{x}.$$

2. Одредити најмању и највећу вредност функције $f : (x, y) \mapsto 4y - 2x - x^2 - 2y^2$ на области \mathcal{D} ограниченој линијама $2y - x = -4$, $x = 0$ и $y = 0$.

3. Израчунати дужину лука криве $y = \ln(x^2 - 1)$ за $2 \leq x \leq 3$.

4. Израчунати $\iint_{\mathcal{D}} (x + y) \sin(x + 2y) dx dy$ ако је

$$\mathcal{D} = \left\{ (x, y) : 0 \leq x + 2y \leq \frac{\pi}{2}, 1 \leq 2x + y \leq 2 \right\}.$$

5 (Јуни, 2006)

1. Функцију $f : (x, y) \mapsto z$ задату имплицитно једнакошћу

$$x^3 - \frac{y^2}{6} - z^2 + xy - 6x + 2z + 7 = 0, \quad z > 0$$

апроксимирати Тејлоровим полиномом другог степена у околини тачке $A(2, 0)$.

2. Одредити локалне екстремуме функције $f : (x, y) \mapsto \frac{1}{x} - \frac{1}{y}$ при услову $x^2 + 8y^2 = 3$ и $x > 0$.

3. Израчунати $\int (3x - 1) \ln(x^2 + 2x) dx$.

4. Израчунати запремину тела ограниченог површима $x^2 + y^2 + 8y = -12$, $x^2 + y^2 + 8y = -15$ и $z = x - y$ при чему је $x \geq 0$.

6 (Јуни, 2006)

1. Одредити локалне екстремуме функције

$$f : (x, y, z) \mapsto x^2 - 6xz + z^3 + 24z + y^2.$$

2. Одредити најмању и највећу вредност функције $f : (x, y) \mapsto 2x^2 + y^2 + 4x - 4y$ на области \mathcal{D} ограниченој линијама $y - 2x = 4$, $x = 0$ и $y = 0$.

3. Израчунати дужину лука криве $y = \ln(\sin x)$ за $\frac{\pi}{3} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$.

4. Израчунати $\iint_D (x + y) \ln(x - 2y) dx dy$ ако је

$$D = \{(x, y) : 1 \leq x - 2y \leq e, -1 \leq 2x - y \leq 1\}.$$

7 (Септембар, 2006)

1. Функцију $f : (x, y) \mapsto z$ задату имплицитно једнакошћу

$$z^2 x - x^2 y + y^2 z + 2x - y = 0$$

апроксимирати Тејлоровим полиномом другог степена у околини тачке $A(0, 1)$.

2. Одредити локалне екстремуме функције $f : (x, y) \mapsto \sin x \sin y$ при услову $x + y = -\frac{\pi}{2}$ и $x < 0, y < 0$.

3. Израчунати $\int_{\ln 3}^{\ln 6} \frac{(5e^x - 2)e^x}{e^{2x} - 6e^x + 18} dx$.

4. Израчунати површину дела површи $z = \sqrt{(x-1)^2 + y^2}$ која се налази у области $2 \leq y \leq x \leq 3$.

8 (Септембар, 2006)

1. Одредити локалне екстремуме функције $f : (x, y) \mapsto z$ задате имплицитно једнакошћу $z^2 + xyz - xy^2 - x^3 = 0$.

2. Одредити најмању и највећу вредност функције $f : (x, y) \mapsto x^3 + y^2 + 2$ на области $D = \{(x, y) : x^2 + 2y^2 \leq 1\}$.

3. Израчунати запремину тела које настаје ротацијом око x -осе криве $y = \sqrt{\frac{3x-1}{x^2+6x+18}}$ за $-3 \leq x \leq 0$.

4. Израчунати $\iint_D x e^{y-2x} dx dy$ ако је D област ограничена линијама $y = 2x - 1, y = 2x + 1, y = -x + 2$ и $y = -x + 5$.

9 (Септембар, 2006)

1. Функцију $f : (x, y) \mapsto z$ задату имплицитно једнакошћу

$$z^2 y + xy^2 + x^2 z - x + 3y = 0$$

апроксимирати Тејлоровим полиномом другог степена у околини тачке $A(0, 1)$.

2. Одредити локалне екстремуме функције $f : (x, y) \mapsto \cos x \cos y$ при услову $x + y = \frac{\pi}{2}$ и $x > 0, y > 0$.

3. Израчунати $\int_{\ln 4}^{\ln 6} \frac{(5e^x + 3)e^x}{e^{2x} - 8e^x + 20} dx$.

4. Израчунати површину дела површи $z = \sqrt{x^2 + (y + 1)^2}$ која се налази у области $1 \leq y \leq x \leq 2$.

10 (Септембар, 2006)

1. Одредити локалне екстремуме функције $f : (x, y) \mapsto z$ задате имплицитно једнакошћу $z^2 + xyz + x^2y + y^3 = 0$.

2. Одредити најмању и највећу вредност функције $f : (x, y) \mapsto x^2 + 2y^3 + 1$ на области $\mathcal{D} = \{(x, y) : 2x^2 + y^2 \leq 1\}$.

3. Израчунати запремину тела које настаје ротацијом око y -осе криве $x = \sqrt{\frac{3y + 1}{y^2 - 8y + 20}}$ за $4 \leq y \leq 6$.

4. Израчунати $\iint_{\mathcal{D}} ye^{x+y} dx dy$ ако је \mathcal{D} област ограничена линијама $y = 2x - 1, y = 2x + 1, y = -x + 2$ и $y = -x + 5$.

ПИСМЕНИ ИСПИТ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 2

група 1

07.04.2007.

Име и презиме: _____ бр. индекса _____

1. Функцију $f(x, y) \mapsto z$ задату имплицитно једнакошћу

$$2x^2 - xy + 2xz - y + y^3 + z^2 = 1, \quad z > 0$$

апроксимирати Тејлоров полином другог реда у околини тачке $A(0, 1)$.

2. Одредити екстремне вредности функције

$$f : (x, y) \mapsto x^2 + 4xy + 4y^2, \quad \text{при услову} \quad x^2 + 2y^2 = 3, \quad xy > 0.$$

3. Израчунати $\int \frac{7x^2 + 4}{x^4 - 16} dx$.

4. Израчунати $\iint_D e^{\sqrt{x^2 - 2x + y^2 + 1}} dx dy$, ако је

$$D = \{(x, y) : x^2 - 2x + y^2 \leq 3, \quad y \geq 0\}.$$

ПИСМЕНИ ИСПИТ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 2

група 2

07.04.2007.

Име и презиме: _____ бр. индекса _____

1. Одредити локалне екстремуме функције $z = z(x, y)$ имплицитно задате:

$$x^2 - 2xy + 3y^2 + 5z^2 - 4x + 8y + 1 = 0, \quad z < 0.$$

2. Одредити најмању и највећу вредност функције $f : (x, y) \rightarrow x^2 + y^2 + 2x - 2y + 5$ на области D ограниченој са $y \leq x + 3$, $x \leq 0$, $y \geq 0$.

3. Израчунати $\int \frac{3x^2 + 1}{x^4 - 1} dx$.

4. Израчунати $\iint_D e^{\sqrt{x^2 + y^2 + 2y + 1}} dx dy$, ако је

$$D = \{(x, y) : x^2 + y^2 + 2y \leq 8, \quad x \geq 0\}.$$

ПИСМЕНИ ИСПИТ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 2

група 3

07.04.2007.

Име и презиме: _____ бр. индекса _____

1. Функцију $f(x, y) \mapsto z$ задату имплицитно једнакошћу

$$z^2 - x - x^3 + 2y^2 - xy + 2yz = 1, \quad z < 0$$

апроксимирати Тејлоров полином другог реда у околини тачке $A(1, 0)$.

2. Одредити екстремне вредности функције

$$f : (x, y) \mapsto 4x^2 - 4xy + y^2, \quad \text{при услову} \quad 2x^2 + y^2 = 3, \quad xy < 0.$$

3. Израчунати $\int \frac{3x^3 + 4x}{x^4 - 16} dx$.

4. Израчунати $\iint_D (y - 2x) \sin(y - 2x) dx dy$, ако је

$$D = \left\{ (x, y) : 0 \leq y - 2x \leq \frac{\pi}{2}, \quad -1 \leq y + x \leq 2 \right\}.$$

ПИСМЕНИ ИСПИТ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 2

група 4

07.04.2007.

Име и презиме: _____ бр. индекса _____

1. Одредити локалне екстремуме функције $z = z(x, y)$ имплицитно задате:

$$3x^2 - 2xy + y^2 - 2z^2 - 4y + 8x + 8 = 0, \quad z > 0.$$

2. Одредити најмању и највећу вредност функције $f : (x, y) \rightarrow x^2 + y^2 - 4x + 2y + 7$ на области D ограниченој са $y \geq x - 4$, $x \geq 0$, $y \leq 0$.

3. Израчунати $\int \frac{x^3 - 3x}{x^4 - 1} dx$.

4. Израчунати $\iint_D (y - x) \sin(y - x) dx dy$, ако је

$$D = \left\{ (x, y) : 0 \leq y - x \leq \frac{\pi}{2}, \quad -2 \leq y + 2x \leq 1 \right\}.$$

ПИСМЕНИ ИСПИТ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 2

група 1

14.06.2007.

Име и презиме: _____ бр. индекса _____

- Одредити екстремне вредности функције $f(x, y, z) = 2x + 2y - z + 15$ при услову $x^2 + 3y^2 + z^2 = 57$.
- Функцију $f(x, y) \mapsto z$ задату имплицитно једнакошћу

$$z^2x + x^2y + y^2z - 4x + y = 0, \quad z \leq 0$$

апроксимирати Тејлоровим полиномом другог степена у околини тачке $A(1,0)$.

- Израчунати дужину лука криве $y = \frac{x}{2} \sqrt{\frac{1-x^2}{2}}, 0 \leq x \leq 1$.
- Израчунати $\iint_D \frac{\sin(2x-y)}{x^2 + y^2 + 2xy - x - y} dx dy$ ако је област D ограничена правама $y = 2x, y = 2x - \frac{\pi}{2}, y = -x + 2$ и $y = -x + 3$.

ПИСМЕНИ ИСПИТ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 2

група 2

14.06.2007.

Име и презиме: _____ бр. индекса _____

- Одредити локалне екстремуме функције $f(x, y) = \ln(x^2y) + \frac{3}{x} - y + x - \frac{2}{y}$.
- Одредити најмању и највећу вредност функције $f(x, y) = x^2 - 2y^2 - 2x - 1$ на области $D = \{(x, y) : y^2 \leq x - 1 \leq 2\}$.
- Израчунати $\int \frac{e^{2x} + e^x - 2}{e^{2x} + 2e^x + 2} dx$.
- Израчунати запремину тела ограниченог површима:
 $z = x^2 + y^2, z = 0, x^2 + y^2 = 2x$.

ПИСМЕНИ ИСПИТ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 2

група 3

14.06.2007.

Име и презиме: _____ бр. индекса _____

1. Одредити локалне екстремуме функције $f(x, y, z) = x + 2y - 2z + 5$ при услову $2x^2 + y^2 + 2z^2 = 26$.

2. Функцију $f(x, y) \mapsto z$ задату имплицитно једнакошћу

$$z^2 + xyz + xy^2 + x^3 = 0, \quad z \geq 0$$

апроксимирати Тејлоровим полиномом другог степена у околини тачке $A(-1, 0)$.

3. Израчунати запремину тела које настаје ротацијом фигуре ограничене кривама:
 $y = e^x \cos x, y = e^x \sin x, x = 0$ и $x = 4$, око Ox -осе.

4. Израчунати $\iint_D \frac{\cos(2x + y)}{x^2 + y^2 + 2xy + x + y} dx dy$ ако је област D ограничена правима:

$$y = -2x, y = -2x + \frac{\pi}{2}, y = -x + 1 \text{ и } y = -x + 2.$$

ПИСМЕНИ ИСПИТ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 2

група 4

14.06.2007.

Име и презиме: _____ бр. индекса _____

1. Одредити локалне екстремуме функције $f(x, y) = \ln(xy) + \frac{2}{x} + \frac{1}{y} + 2y + 3x$.

2. Одредити најмању и највећу вредност функције $f(x, y) = x^2 - 4y^2 - 4x + 3$ на области $D = \{(x, y) : 2y^2 \leq x - 1 \leq 4\}$.

3. Израчунати $\int \frac{dx}{\sin x (\sin x - \cos x)}$.

4. Израчунати запремину тела ограниченог површима:
 $z = x^2 + y^2 + 1, z = 0, x^2 + y^2 = 2y$.

ПИСМЕНИ ИСПИТ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 2

група 1

22.08.2007.

Име и презиме: _____ бр. индекса _____

1. Написати Тејлоров полином другог степена у околини тачке $A(-1,1)$ за функцију $z = f(x, y)$ задату имплицитно једнакошћу

$$xy^2 + 3x^2y - xyz = 4$$

2. Одредити екстремуме функције $f(x, y, z) = \ln(xyz)$, при услову $x^2 + y^2 + z^2 = 9$.

3. Израчунати $\int \frac{\sin^2 x \, dx}{\cos^3 x (\sin x + \cos x)}$.

4. Израчунати запремину тела ограниченог површима: $z = 2x^2 + y^2 + 1$, $z = 0$ и $x^2 + y^2 = 4$.

ПИСМЕНИ ИСПИТ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 2

група 2

22.08.2007.

Име и презиме: _____ бр. индекса _____

1. Написати Тејлоров полином другог степена у околини тачке $A(1,-1)$ за функцију $z = f(x, y)$ задату имплицитно једнакошћу

$$5xy^2 + x^2y - xyz = 3$$

2. Одредити екстремуме функције $f(x, y, z) = \ln(x^2yz)$, при услову $x^2 + y^2 + z^2 = 9$.

3. Израчунати $\int x \sin^2 x \, dx$.

4. Израчунати запремину тела ограниченог површима: $z = x^2 + 2y^2 + 2$, $z = 0$ и $x^2 + y^2 = 9$.

Писмени испит из МАТЕМАТИКЕ 2

13.2.2008.

I група

презиме и име

број индекса

1. За функцију $z = f(x, y)$ задату имплицитно једнакошћу:
 $x^3 - 12x + yz + y^2 + z^2 - 3y + 15 = 0$, $z > 0$ написати Тејлоров полиномом другог реда у околини тачке $A(2, 0)$.
2. Испитати да ли функција: $f(x, y, z) = \frac{x^2 + y^2}{z} + 4x + 2y + z + z^2$ има екстремне вредности.
3. Израчунати: $\int \frac{5 \sin 2x \, dx}{\sin^4 x - \sin^3 x + 4 \sin^2 x - 4 \sin x}$.
4. Израчунати: $\iint_D (x^2 + y^2 + 1) \cos \sqrt{x^2 + y^2} \, dx \, dy$ ако је област $D = \left\{ (x, y) : x^2 + y^2 \leq \frac{\pi^2}{4}, y \geq 0 \right\}$.

Писмени испит из МАТЕМАТИКЕ 2

13.2.2008.

II група

презиме и име

број индекса

1. За функцију $z = f(x, y)$ задату имплицитно једнакошћу: $x^3 + \frac{y^2}{2} + (z-1)^2 - 3xy + 2y = 7$, $z > 1$ написати Тејлоров полиномом другог реда у околини тачке $A(0, 2)$.
2. Одредити локалне екстремуме функције: $f(x, y) = \ln(xy)$ при услову $x^2 + y^2 = 8$.
3. Израчунати: $\int \frac{dx}{x^2 + 3x + 2 - \sqrt{x+1}(x+2)}$.
4. Израчунати: $\iint_D \frac{(x+y)^2}{x-y} \sin(x+y) \, dx \, dy$ ако је област $D = \left\{ (x, y) : 0 \leq x+y \leq \frac{\pi}{2}, 1 \leq x-y \leq e \right\}$.

Писмени испит из МАТЕМАТИКЕ 2
13.2.2008.

I група

презиме и име

број индекса

1. За функцију $z = f(x, y)$ задату имплицитно једнакошћу:
 $x^3 - 12x + yz + y^2 + z^2 - 3y + 15 = 0$, $z > 0$ написати Тејлоров полиномом другог реда у околини тачке $A(2, 0)$.
2. Испитати да ли функција: $f(x, y, z) = \frac{x^2 + y^2}{z} + 4x + 2y + z + z^2$ има екстремне вредности.
3. Израчунати: $\int \frac{5 \sin 2x \, dx}{\sin^4 x - \sin^3 x + 4 \sin^2 x - 4 \sin x}$.
4. Израчунати: $\iint_D (x^2 + y^2 + 1) \cos \sqrt{x^2 + y^2} \, dx \, dy$ ако је област $D = \left\{ (x, y) : x^2 + y^2 \leq \frac{\pi^2}{4}, y \geq 0 \right\}$.

Писмени испит из МАТЕМАТИКЕ 2
13.2.2008.

II група

презиме и име

број индекса

1. За функцију $z = f(x, y)$ задату имплицитно једнакошћу: $x^3 + \frac{y^2}{2} + (z-1)^2 - 3xy + 2y = 7$,
 $z > 1$ написати Тејлоров полиномом другог реда у околини тачке $A(0, 2)$.
2. Одредити локалне екстремуме функције: $f(x, y) = \ln(xy)$ при услову $x^2 + y^2 = 8$.
3. Израчунати: $\int \frac{dx}{x^2 + 3x + 2 - \sqrt{x+1}(x+2)}$.
4. Израчунати: $\iint_D \frac{(x+y)^2}{x-y} \sin(x+y) \, dx \, dy$ ако је област $D = \left\{ (x, y) : 0 \leq x+y \leq \frac{\pi}{2}, 1 \leq x-y \leq e \right\}$.