

KOLOKVIJUM IZ MATEMATIKE 2

Ime i prezime _____ broj indeksa: _____

✓ 1. ■ Funkcija $F(x,y)$ je neprekidna u tački (x_0, y_0) akko je _____

- Da li je funkcija $f(x,y) = \begin{cases} -\frac{x^3+y^3}{x^2+y^2}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$ neprekidna u tački $(0,0)$? _____

Dokaz: _____

■ Funkcija $F(x,y)$ je diferencijabilna u tački (x_0, y_0) akko je _____

- Da li je data funkcija $f(x,y)$ diferencijabilna u tački $(0,0)$? _____

Dokaz: _____

2. Funkcije $u = u(x,y)$ i $v = v(x,y)$ definisane su sistemom jednačina $\begin{matrix} u^2 + v^2 = xy \\ uv + xy = 3 \end{matrix}$ i uslovom

 $u(1,5) = 1$. Tada je:

- $\frac{\partial u}{\partial x}(x,y) =$ _____, $\frac{\partial u}{\partial y}(x,y) =$ _____
- $\frac{\partial v}{\partial x}(x,y) =$ _____, $\frac{\partial v}{\partial y}(x,y) =$ _____
- Diferencijal funkcije $u = u(x,y)$ u tački $(1,5)$ jednak je _____
- Diferencijal funkcije $v = v(x,y)$ u tački $(1,5)$ jednak je _____

3. Data je funkcija $f(x,y,z) = e^{x+y} \left(x + \frac{y^2}{2} + 2z + z^2 \right)$.

- Po definiciji, stacionarne tačke funkcije $F(x,y,z)$ su: _____
- Dovoljan uslov da tačka (x_0, y_0, z_0) bude lokalni ekstremum diferencijabilne funkcije $F(x,y,z)$ glasi: _____
- Lokalni ekstremumi funkcije $f(x,y,z)$ (ako postoje) su: _____

jer je: _____

KOLOKVIJUM IZ MATEMATIKE 2

Ime i prezime _____ broj indeksa: _____

✓ 1. ■ Funkcija $F(x,y)$ je neprekidna u tački (x_0, y_0) akko je _____

- Da li je funkcija $f(x,y) = \begin{cases} \frac{y^3 - x^3}{x^2 + y^2}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$ neprekidna u tački $(0,0)$? _____

Dokaz: _____

■ Funkcija $F(x,y)$ je diferencijabilna u tački (x_0, y_0) akko je _____

- Da li je data funkcija $f(x,y)$ diferencijabilna u tački $(0,0)$? _____

Dokaz: _____

2. Funkcija $f : (x,y) \rightarrow z$ zadata je implicitno jednačom: $2x^2 - xy + 2xz - y + y^3 + z^2 = 1$, $z > 0$.

Tada je:

- | | |
|---|---|
| • $\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) =$ _____ | $\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) =$ _____ |
| • $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x,y) =$ _____ | $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x,y) =$ _____ |
| • $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x,y) =$ _____ | $\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(x,y) =$ _____ |

- Tejlorov polinom drugog stepena funkcije $f(x,y)$ u okolini tačke $A(0,1)$ glasi:

 $T_2(x,y) =$ _____3. ■ Dovoljan uslov da diferencijabilna funkcija $f(x,y,z)$ ima uslovni ekstremum u tački (x_0, y_0, z_0) pod uslovom $\varphi(x,y,z) = 0$ je: _____■ Po definiciji, stacionarne tačke $F(x,y,z)$ su: _____

- Lokalni ekstremum funkcije $f(x,y,z) = x + 2y - z$, pod uslovom $x^2 + y^2 + z^2 = 6$ su:

jer je: _____

KOLOKVIJUM IZ MATEMATIKE 2

Ime i prezime _____ broj indeksa: _____

1. ■ Funkcija $F(x,y)$ je neprekidna u tački (x_0, y_0) akko je _____

- ✓ • Da li je funkcija $f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3 - y^3}{x^2 + y^2}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$ neprekidna u tački $(0,0)$? _____

Dokaz: _____

■ Funkcija $F(x,y)$ je diferencijabilna u tački (x_0, y_0) akko je _____

- Da li je data funkcija $f(x,y)$ diferencijabilna u tački $(0,0)$? _____

Dokaz: _____

2. Funkcije $u = u(x,y)$ i $v = v(x,y)$ definisane su sistemom jednačina $u^2 + x^2 + y^2 = 5$ i uslovom $v^2 + uv = 2$

 $v(2,0) = 1$. Tada je:

- $\frac{\partial u}{\partial x}(x,y) =$ _____, $\frac{\partial u}{\partial y}(x,y) =$ _____
- $\frac{\partial v}{\partial x}(x,y) =$ _____, $\frac{\partial v}{\partial y}(x,y) =$ _____
- Diferencijal funkcije $u = u(x,y)$ u tački $(2,0)$ jednak je _____
- Diferencijal funkcije $v = v(x,y)$ u tački $(2,0)$ jednak je _____

3. Data je funkcija $f(x,y,z) = e^{x+z} \left(\frac{x^2}{2} + 4y + y^2 + z \right)$.

- Po definiciji, stacionarne tačke funkcije $F(x,y,z)$ su: _____
- Dovoljan uslov da tačka (x_0, y_0, z_0) bude lokalni ekstremum diferencijabilne funkcije $F(x,y,z)$ glasi: _____
- Lokalni ekstremumi funkcije $f(x,y,z)$ (ako postoje) su: _____

jer je: _____

KOLOKVIJUM IZ MATEMATIKE 2

Ime i prezime _____ broj indeksa: _____

1. ■ Funkcija $F(x,y)$ je neprekidna u tački (x_0, y_0) akko je

• Da li je funkcija $f(x,y) = \begin{cases} -\frac{x^4 + y^4}{x^2 + y^2}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$ neprekidna u tački $(0,0)$? _____

Dokaz: _____

- Funkcija $F(x,y)$ je diferencijabilna u tački (x_0, y_0) akko je _____

- Da li je data funkcija $f(x,y)$ diferencijabilna u tački $(0,0)$? _____

Dokaz: _____

2. Funkcija $f : (x,y) \rightarrow z$ zadata je implicitno jednačom: $z^2 - x - x^3 + 2y^2 - xy + 2yz = 1, \quad z < 0$.

Tada je:

• $\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) =$ _____, $\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) =$ _____

• $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x,y) =$ _____, $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x,y) =$ _____

• $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x,y) =$ _____, $\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(x,y) =$ _____

- Tejlorov polinom drugog stepena funkcije $f(x,y)$ u okolini tačke $A(1,0)$ glasi:

$T_2(x,y) =$ _____

3. ■ Dovoljan uslov da diferencijabilna funkcija $F(x,y)$ ima uslovni ekstremum u tački (x_0, y_0) pod uslovom $\varphi(x,y) = 0$ je: _____

- Po definiciji, stacionarne tačke $F(x,y)$ su: _____

- Lokalni ekstremum funkcije $f(x,y) = xy$, pod uslovom $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 2$ su:

jer je: _____

KOLOKVIJUM IZ MATEMATIKE 2

Ime i prezime _____ broj indeksa: _____

1. ■ Funkcija $F(x,y)$ je neprekidna u tački (x_0, y_0) akko je _____

• Da li je funkcija $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy^3}{x^2 + y^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$ neprekidna u tački $(0,0)$? _____

Dokaz: _____

■ Funkcija $F(x,y)$ je diferencijabilna u tački (x_0, y_0) akko je _____• Da li je data funkcija $f(x, y)$ diferencijabilna u tački $(0,0)$? _____

Dokaz: _____

2. Data je funkcija $f(x, y) = e^{x-y}(2x^2 - 2xy + y^2)$. Odrediti:

• $\frac{\partial f}{\partial x}(x, y) =$ _____, $\frac{\partial f}{\partial y}(x, y) =$ _____

• $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x, y) =$ _____, $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x, y) =$ _____

• $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x, y) =$ _____

• Tejlorov polinom drugog stepena funkcije $f(x, y)$ u okolini tačke $A(1,0)$ glasi:

$T_2(x, y) =$ _____

3. Funkcija $z = f(x, y)$ implicitno je zadata sa $x^2 + xy + y^2 + z^2 - 3y = 1$, $z > 0$.■ Po definiciji, stacionarne tačke funkcije $F(x, y)$ su: _____■ Dovoljan uslov da tačka (x_0, y_0) bude lokalni ekstremum diferencijabilne funkcije $F(x, y)$ glasi: _____• Lokalni ekstremumi funkcije $f(x, y)$ (ako postoje) su: _____

jer je: _____

KOLOKVIJUM IZ MATEMATIKE 2

Ime i prezime _____ broj indeksa: _____

1. ■ Funkcija $F(x,y)$ je neprekidna u tački (x_0, y_0) akko je _____

✓ • Da li je funkcija $f(x,y) = \begin{cases} \frac{y^4 - x^4}{x^2 + y^2}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$ neprekidna u tački $(0,0)$? _____

Dokaz: _____

■ Funkcija $F(x,y)$ je diferencijabilna u tački (x_0, y_0) akko je _____• Da li je data funkcija $f(x,y)$ diferencijabilna u tački $(0,0)$? _____

Dokaz: _____

✓ 2. Funkcija $z = f(x,y)$ zadata je implicitno jednakošću $xy^2 + x^2 - x + z^2 - 2z = 9$, $z > 0$. Ako su $A(1,3)$ i $B(2,2)$ date tačke, odrediti:

• $z'_x =$ _____, $z'_y =$ _____• $z'_x(A) =$ _____, $z'_y(A) =$ _____• $\frac{\partial z}{\partial AB}(A) =$ _____, $\nabla z(A) =$ _____

• Tangentna ravan u tački A ima jednačinu: _____

• Normala u tački A ima jednačinu: _____

3. Data je funkcija $f(x,y) = x^2 - 2xy - 2y$ i oblast $D = \left\{ (x,y) : -2 \leq y \leq -\frac{x^2}{2} \right\}$.

■ Po definiciji, stacionarne tačke funkcije $F(x,y)$ su: _____■ Potreban uslov da diferencijabilna funkcija $F(x,y)$ ima uslovni ekstremum u (x_0, y_0) pod uslovom $\varphi(x,y) = 0$ je: _____• Najmanja, tj. najveća vrednost funkcije $f(x,y)$ na oblasti D je: _____

jer je: _____

KOLOKVIJUM IZ MATEMATIKE 2

Ime i prezime _____ broj indeksa: _____

1. ■ Funkcija $F(x,y)$ je neprekidna u tački (x_0, y_0) akko je _____

• Da li je funkcija $f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3 y}{x^2 + y^2}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$ neprekidna u tački $(0,0)$? _____

Dokaz: _____

■ Funkcija $F(x,y)$ je diferencijabilna u tački (x_0, y_0) akko je _____• Da li je data funkcija $f(x,y)$ diferencijabilna u tački $(0,0)$? _____

Dokaz: _____

2. Data je funkcija $f(x,y) = e^{y-x}(x^2 - xy + 3y^2)$. Odrediti:• $\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) =$ _____, $\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) =$ _____• $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x,y) =$ _____, $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x,y) =$ _____• $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x,y) =$ _____• Tejlorov polinom drugog stepena funkcije $f(x,y)$ u okolini tačke $A(1,0)$ glasi: $T_2(x,y) =$ _____3. Funkcija $z = f(x,y)$ implicitno je zadata sa $x^2 + xy + y^2 + z^2 + 3x = 1$, $z > 0$.■ Po definiciji, stacionarne tačke funkcije $F(x,y)$ su: _____■ Dovoljan uslov da tačka (x_0, y_0) bude lokalni ekstremum diferencijabilne funkcije $F(x,y)$ glasi: _____• Lokalni ekstremumi funkcije $f(x,y)$ (ako postoje) su: _____

jer je: _____

III KOLOKVIJUM IZ MATEMATIKE I

Ime i prezime: _____ broj indeksa: _____

1. Funkcija $F(x,y)$ je neprekidna u tački (x_0,y_0) akko je _____

- Da li je funkcija $f(x,y) = \begin{cases} \frac{2x^4 + xy^2 - x^4y + 2y^2}{x^4 + y^2} & , (x,y) \neq (0,0) \\ 2 & , (x,y) = (0,0) \end{cases}$ neprekidna u tački $(0,0)$? _____

Dokaz: _____

- Funkcija $F(x,y)$ je diferencijabilna u tački (x_0,y_0) akko je _____
- Da li je data funkcija $f(x,y)$ diferencijabilna u tački $(0,0)$? _____

Dokaz: _____

✓ 2. Funkcija $f: (x,y) \rightarrow z$ zadata je implicitno jednakošću: $4x^2 + 2y^2 + z^2 - 2yz - 2y = 3$, $z > 0$. Tada je:

- $\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \underline{\hspace{2cm}}$, $\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = \underline{\hspace{2cm}}$
- Totalni diferencijal funkcije $f(x,y)$ u tački $A(0,1)$ glasi: _____
- Jednačina tangentne ravni date površi u tački $A(0,1)$ glasi: _____

3. Navesti definiciju kvadratne forme promenljivih x_1, x_2, \dots, x_n , kao i nepodne i dovoljne uslove da ona bude pozitivno, tj. negativno definisana: _____

- Odrediti sve lokalne ekstremume funkcije $f(x,y) = 2x - 2y + \ln(2x - x^2 - y^2)$

III KOLOKVIJUM IZ MATEMATIKE 1

Ime i prezime: _____ broj indeksa: _____

1. Funkcija $F(x,y)$ je neprekidna u tački (x_0,y_0) akko je _____

$$\bullet \text{ Da li je funkcija } f(x,y) = \begin{cases} \frac{3x^2 + x^2y - xy^4 + 3y^4}{x^2 + y^4}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 3, & (x,y) = (0,0) \end{cases} \text{ neprekidna u tački } (0,0)? \underline{\hspace{2cm}}$$

 \bullet Dokaz: _____

 \bullet Funkcija $F(x,y)$ je diferencijabilna u tački (x_0,y_0) akko je _____

 \bullet Da li je data funkcija $f(x,y)$ diferencijabilna u tački $(0,0)$? _____
 Dokaz: _____

2. Funkcija $f: (x,y) \rightarrow z$ zadata je implicitno jednakošću: $xy^2 + 2y^2 + z^2 - 2yz - 2y = 3$, $z > 0$.

Tada je:

$$\bullet \frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \underline{\hspace{2cm}}, \quad \frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = \underline{\hspace{2cm}}$$

- \bullet
- Totalni diferencijal funkcije
- $f(x,y)$
- u tački
- $A(0,1)$
- glasi: _____
-
- \bullet
- Jednačina normale date površi u tački
- $A(0,1)$
- glasi: _____
-
- _____

3. Navesti neophodan uslov da funkcija $z = f(x,y)$ pri uslovu $\varphi(x,y) = 0$ ima ekstremum u nekoj tački (x_0,y_0) gde su $f(x,y)$ i $\varphi(x,y)$ diferencijabilne funkcije u okolini date tačke

- \bullet
- Odrediti sve lokalne ekstremume funkcije
- $f(x,y,z) = x^2y^3z^4$
- , pod uslovom
- $2x + 3y + 4z = 6$
- , ako je
- $x > 0, y > 0, z > 0$
-
- _____
-
- _____
-
- _____

III KOLOKVIJUM IZ MATEMATIKE 1

Ime i prezime: _____ broj indeksa: _____

1. Funkcija $F(x,y)$ je neprekidna u tački (x_0, y_0) akko je _____

- Da li je funkcija $f(x,y) = \begin{cases} \frac{y^3 - x^2y}{x^2 + y^2}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$ neprekidna u tački $(0,0)$? _____

Dokaz: _____

- Funkcija $F(x,y)$ je diferencijabilna u tački (x_0, y_0) akko je _____

- Da li je data funkcija $f(x,y)$ diferencijabilna u tački $(0,0)$? _____

Dokaz: _____

2. Funkcija $f: (x,y) \rightarrow z$ zadata je implicitno jednakošću: $yz^2 - xy^2 + x^2z^2 + 2y - x = 0$, $z < 0$.

Tada je:

- $\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \frac{\partial f}{\partial y}(x,y) =$ _____

- Totalni diferencijal funkcije $f(x,y)$ u tački $A(1,0)$ glasi: _____
- Jednačina tangentne ravni date površi u tački $A(1,0)$ glasi: _____

3. Navesti definiciju kvadratne forme promenljivih x_1, x_2, \dots, x_n , kao i nepodne i dovoljne uslove da ona bude pozitivno, tj. negativno definisana: _____

- Odrediti sve lokalne ekstremume funkcije $f(x,y) = e^{3x+2y}(3x^2 - 6xy + 8y^2)$

III KOLOKVIJUM IZ MATEMATIKE 1

Ime i prezime: _____ broj indeksa: _____

1. Funkcija $F(x,y)$ je neprekidna u tački (x_0, y_0) akko je _____

- Da li je funkcija $f(x,y) = \begin{cases} 5 - \frac{2xy}{\sqrt{x^2 + y^2}} \sin \frac{2xy}{x^2 + y^2}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 5, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$ neprekidna u tački $(0,0)$? _____

- Dokaz: _____

- Funkcija $F(x,y)$ je diferencijabilna u tački (x_0, y_0) akko je _____

- Da li je data funkcija $f(x,y)$ diferencijabilna u tački $(0,0)$? _____

Dokaz: _____

2. Funkcija $f: (x,y) \rightarrow z$ zadata je implicitno jednačom: $x^2y + 3xy^2 - xz^2 + x - 3y + xz = 0, z > 0$. Tada je:

- $\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \underline{\hspace{2cm}}, \frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = \underline{\hspace{2cm}}$

- Totalni diferencijal funkcije $f(x,y)$ u tački $A(1,1)$ glasi: _____

- Jednačina normale date površi u tački $A(1,1)$ glasi: _____

3. Navesti neophodan uslov da funkcija $z = f(x,y)$ pri uslovu $\varphi(x,y) = 0$ ima ekstremum u nekoj tački (x_0, y_0) gde su $f(x,y)$ i $\varphi(x,y)$ diferencijabilne funkcije u okolini date tačke

- Odrediti sve lokalne ekstremume funkcije $f(x,y,z) = x^4y^3z^2$ pod uslovom $4x + 3y + 2z = 15$, ako je $x > 0, y > 0, z > 0$