5101 24.04.2004.

III KOLOKVIJUM IZ MATEMATIKE 1

Ime i prezime: ______________________________ broj indeksa: ____________

1. Funkcija F(x,y) je neprekidna u tački (x_0,y_0) akko je ______________________________

____

- Da li je funkcija $f(x,y)=\begin{cases} 1-\dfrac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}} & ,(x,y)\neq(0,0) \\ 1 & ,(x,y)=(0,0) \end{cases}$ neprekidna u tački (0,0)? ________

Dokaz: ____

____

- Funkcija F(x,y) je diferencijabilna u tački (x_0,y_0) akko je ______________________

____

- Da li je data funkcija f(x,y) diferencijabilna u tački (0,0)? _________

Dokaz: ____

____

2. Funkcija $f:(x,y)\to z$ zadata je implicitno jednakošću: $x^2y+xz^2-2yz+xz-2=0$, $z>0$.
Tada je:

- $\dfrac{\partial f}{\partial x}(x,y)=$ _______________ , $\dfrac{\partial f}{\partial y}(x,y)=$ _______________
- $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x,y)=$ _______________ , $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x,y)=$ _______________
- $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x\partial y}(x,y)=$ _______________ , $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y\partial x}(x,y)=$ _______________
- Tejlorov polinom drugog stepena funkcije $f(x,y)$ u okolini tačke A(1,0) glasi:

$T_2(x,y)=$ ____

3. Dovoljan uslov da diferencijabilna funkcija $f(x,y,z)$ ima uslovni ekstremum u tački (x_0,y_0,z_0) pod uslovom $\varphi(x,y,z)=0$ je:

____

____

- Po definiciji, stacionarne tačke funkcije $f(x,y,z)$ su:

____

- Lokalni ekstremumi funkcije $f(x,y,z)=2x+2y+3z$, pod uslovom $xy+yz+zx=\dfrac{15}{4}$ su:

____

jer je: ____

____

____

____

5102 24.04.2004.

III KOLOKVIJUM IZ MATEMATIKE 1

Ime i prezime: ______________________________ broj indeksa: __________

1. Funkcija F(x,y) je neprekidna u tački (x_0,y_0) akko je ______________________________

____

- Da li je funkcija $f(x,y)=\begin{cases} 2-\dfrac{x^2y-xy^4}{x^2+y^4} & ,(x,y)\neq(0,0) \\ 2 & ,(x,y)=(0,0) \end{cases}$ neprekidna u tački (0,0)? ________

Dokaz: ______________________________

____

- Funkcija F(x,y) je diferencijabilna u tački (x_0,y_0) akko je ______________________________

____

- Da li je data funkcija f(x,y) diferencijabilna u tački (0,0)? ________

Dokaz: ______________________________

____

____

2. Funkcija f(x,y,z) definasana je sa $f(x,y,z)=F\left(\dfrac{y-x}{xy},\dfrac{z-x}{xz}\right)$,gde je F(u,v) diferencijabilna funkcija.Tada je:

- $\dfrac{\partial f}{\partial x}(x,y,z)=$ ______________________ ,
- $\dfrac{\partial f}{\partial y}(x,y,z)=$ ______________________ ,
- $\dfrac{\partial f}{\partial z}(x,y,z)=$ ______________________ ,
- Uprostiti izraz: $x^2\dfrac{\partial f}{\partial x}(x,y,z)+y^2\dfrac{\partial f}{\partial y}(x,y,z)+z^2\dfrac{\partial f}{\partial z}(x,y,z)=$ ______________

____

3. Data je funkcija $f(x,y)=(x^2-y^2)e^{\frac{-(x^2+y^2)}{2}}$.

- Po definiciji, stacionarne tačke funkcije $f(x,y)$ su: ______________________________
- Dovoljan uslov da tačka (x_0,y_0) bude lokalni ekstremum diferencijabilne funkcije $f(x,y)$ glasi : ______________________________
- Lokalni ekstremumi funkcije $f(x,y)$ (ako postoje) su: ______________________________

____

jer je ______________________________

____

____

5103 24.04.2004.

III KOLOKVIJUM IZ MATEMATIKE 1

Ime i prezime: ____ broj indeksa: __________

1. Funkcija F(x,y) je neprekidna u tački (x_0,y_0) akko je ______________________________

____

- Da li je funkcija $f(x,y)=\begin{cases} xy\cdot\dfrac{2x^2+3y^2}{x^2+y^2} & ,(x,y)\neq(0,0) \\ 0 & ,(x,y)=(0,0) \end{cases}$ neprekidna u tački (0,0)? ________

Dokaz: ____

____

- Funkcija F(x,y) je diferencijabilna u tački (x_0,y_0) akko je ______________________

____

- Da li je data funkcija f(x,y) diferencijabilna u tački (0,0)? _________

Dokaz: ____

____

2. Funkcija $f:(x,y)\rightarrow z$ zadata je implicitno jednakošću: $2x^2+4y^2+z^2-2xz-2x=3$, $z>0$.
Tada je:

- $\dfrac{\partial f}{\partial x}(x,y)=$ ______________ , $\dfrac{\partial f}{\partial y}(x,y)=$ ______________
- $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x,y)=$ ______________ , $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x,y)=$ ______________
- $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x\partial y}(x,y)=$ ______________ , $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y\partial x}(x,y)=$ ______________
- Tejlorov polinom drugog stepena funkcije $f(x,y)$ u okolini tačke A(1,0) glasi:

$T_2(x,y)=$ ____

3. Dovoljan uslov da diferencijabilna funkcija $f(x,y,z)$ ima uslovni ekstremum u tački (x_0,y_0,z_0) pod uslovom $\varphi(x,y,z)=0$ je:

____

____

- Po definiciji, stacionarne tačke funkcije $f(x,y,z)$ su:

____

- Lokalni ekstremumi funkcije $f(x,y,z)=xz+yz$, pod uslovom $x^2+y^2+z^2=1$ su:

____

jer je: ____

____

____

5104 24.04.2004.

III KOLOKVIJUM IZ MATEMATIKE 1

Ime i prezime: ______________________________ broj indeksa: ____________

1. Funkcija F(x,y) je neprekidna u tački (x_0,y_0) akko je ______________________________

____

- Da li je funkcija f(x,y)= $\begin{cases} 3-\dfrac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}}\cos\dfrac{xy}{x^2+y^2} & ,(x,y)\neq(0,0) \\ 3 & ,(x,y)=(0,0) \end{cases}$ neprekidna u tački (0,0)?

Dokaz: ______________________________

____

- Funkcija F(x,y) je diferencijabilna u tački (x_0,y_0) akko je ______________________________

____

- Da li je data funkcija f(x,y) diferencijabilna u tački (0,0)? _________

Dokaz: ______________________________

____

2. Funkcije $u=u(x,y)$ i $v=v(x,y)$ definisane su sistemom jednačina $\begin{matrix} \ln(uv)-xy=-3 \\ xu+yv=4 \end{matrix}$.

i uslovom $u(1,3)=1$.Tada je:

- $\dfrac{\partial u}{\partial x}(x,y)=$ ______________ , $\dfrac{\partial u}{\partial y}(x,y)=$ ______________
- $\dfrac{\partial v}{\partial x}(x,y)=$ ______________ , $\dfrac{\partial v}{\partial y}(x,y)=$ ______________
- Diferencijal funkcije $u=u(x,y)$ u tački (1,3) je $du(1,3)=$ ______________________
- Diferencijal funkcije $v=v(x,y)$ u tački (1,3) je $dv(1,3)=$ ______________________.

3. Data je funkcija $f(x,y)=e^{2x+3y}(8x^2-6xy+3y^2)$.

- Po definiciji, stacionarne tačke funkcije $f(x,y)$ su: ______________________
- Dovoljan uslov da tačka (x_0,y_0) bude lokalni ekstremum diferencijabilne funkcije $f(x,y)$ glasi: ______________________
- Lokalni ekstremumi funkcije $f(x,y)$ (ako postoje) su: ______________________

____

jer je: ______________________________

____

____

____

III КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 1

Презиме и име: ______________________________, број индекса: __________

1. • Функција $F(x,y)$ је непрекидна у тачки (x_0,y_0) акко је ______________________________

____

• Да ли је функција $f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^4y - xy^2}{x^4+y^2} & , (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & , (x,y) = (0,0) \end{cases}$ непрекидна у тачки $(0,0)$? __________

Доказ: ____

____

• Функција $F(x,y)$ је диференцијабилна у тачки (x_0,y_0) акко је ______________________________

____

• Да ли је дата функција $f(x,y)$ диференцијабилна у тачки $(0,0)$? __________

Доказ: ____

____

2. Функција $f:(x,y) \mapsto z$ задата је имплицитно једнакошћу:
$(x+y)z^2 - xy - x - y + z = 0, \quad z > 0$. Тада је:

• $\dfrac{\partial f}{\partial x}(x,y) =$ ____________________; • $\dfrac{\partial f}{\partial y}(x,y) =$ ____________________

• $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x,y) =$ ____________________; • $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x,y) =$ ____________________

• $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x,y) =$ ____________________; • $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(x,y) =$ ____________________

• Тејлоров полином другог степена функције $f(x,y)$ у околони тачке $(1,1)$.

гласи $T_2(x,y) =$ ____

3. • Довољан услов да диференцијабилна функција $f(x,y)$ има локални екстремум у тачки (x_0,y_0) под условом $\varphi(x,y) = 0$ је: ______________________________

____

• Стационарне тачке функције $f(x,y)$ су: ______________________________

• Локални екстремуми функције $f(x,y) = 3x + 4y - 2$ под условом $x^2 + y^2 = 1$ су: ______

____

јер је: ____

____

____

____

III КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 1

Презиме и име: ______________________________, број индекса: __________

1. • Функција $F(x,y)$ је непрекидна у тачки (x_0, y_0) акко је ______________________

____

• Да ли је функција $f(x,y) = \begin{cases} xy\dfrac{x^2+2y^2}{x^2+y^2} & ,\ (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & ,\ (x,y) = (0,0) \end{cases}$ непрекидна у тачки $(0,0)$? __________

Доказ: ____

____

Израчунати по дефиницији:

• $\dfrac{\partial f}{\partial x}(0,0) =$ ____

• $\dfrac{\partial f}{\partial y}(0,0) =$ ____

• $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(0,0) =$ ____

• $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(0,0) =$ ____

2. Функција $f : (x,y) \mapsto z$ дефинисана је имплицитно једнакошћу:
$F\left(\dfrac{z}{y}, x^2 - yz\right) = 0$, где је $F(u,v)$ диференцијабилна функција. Тада је:

• $\dfrac{\partial f}{\partial x}(x,y) =$ ____________________; • $\dfrac{\partial f}{\partial y}(x,y) =$ ____________________

• Упростити израз:
$\dfrac{\frac{\partial f}{\partial x}(x,y)}{x} + \dfrac{\frac{\partial f}{\partial y}(x,y)}{z} =$ ______________________________________

____

3. Дата је функција $f(x,y) = e^{2x}(x^2 + y^2 + 2y - 1)$.

• Стационарне тачке функције $f(x,y)$ су: ______________________________

• Довољан услов да тачка (x_0, y_0) буде локални екстремум диференцијабилне функције $f(x,y)$ гласи: ____

• Локални екстремуми функције $f(x,y)$ (ако постоје) су: ______________________

____

јер је: ____

____

____

6314 20. 04. 2003.

III КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 1

Презиме и име: ______________________, број индекса: __________

1. • Функција $F(x,y)$ је непрекидна у тачки (x_0,y_0) акко је ______________________

• Да ли је функција $f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{2x^2y^2}{|x^3|+|y^3|} & , (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & , (x,y) = (0,0) \end{cases}$ непрекидна у тачки $(0,0)$? __________

Доказ: ______________________

• Функција $F(x,y)$ је диференцијабилна у тачки (x_0,y_0) акко је ______________________

• Да ли је дата функција $f(x,y)$ диференцијабилна у тачки $(0,0)$? __________

Доказ: ______________________

2. Функција $f:(x,y)\mapsto z$ задата је имплицитно једнакошћу:
$z^2 - y^2x - x^3 + xyz = 0, \quad z>0$. Тада је:

• $\dfrac{\partial f}{\partial x}(x,y) =$ __________; • $\dfrac{\partial f}{\partial y}(x,y) =$ __________

• $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x,y) =$ __________; • $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x,y) =$ __________

• $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x\partial y}(x,y) =$ __________; • $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y\partial x}(x,y) =$ __________

• Тејлоров полином другог степена функције $f(x,y)$ у околони тачке $(1,0)$.

гласи $T_2(x,y) =$ ______________________

3. • Довољан услов да диференцијабилна функција $f(x,y)$ има локални екстремум у тачки (x_0,y_0) под условом $\varphi(x,y)=0$ је: ______________________

• Стационарне тачке функције $f(x,y)$ су: ______________________

• Локални екстремуми функције $f(x,y) = 2x - 3y + 4$ под условом $x^2+y^2=1$ су: __________

јер је: ______________________

III КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 1

Презиме и име: ____________________, број индекса: __________

1. • Функција $F(x,y)$ је непрекидна у тачки (x_0,y_0) акко је ____________________

• Да ли је функција $f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{xy(x-y)}{x^2+y^2} & ,\ (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & ,\ (x,y) = (0,0) \end{cases}$ непрекидна у тачки $(0,0)$? __________

Доказ: ____________________

Израчунати по дефиницији:

• $\dfrac{\partial f}{\partial x}(0,0) =$ ____________________

• $\dfrac{\partial f}{\partial y}(0,0) =$ ____________________

• $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(0,0) =$ ____________________

• $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(0,0) =$ ____________________

2. Функција $f : (x,y) \mapsto z$ дефинисана је имплицитно једнакошћу:
$F\left(xz, \dfrac{y}{z}\right) = 0$, где је $F(u,v)$ диференцијабилна функција. Тада је:

• $\dfrac{\partial f}{\partial x}(x,y) =$ ____________________; • $\dfrac{\partial f}{\partial y}(x,y) =$ ____________________

• Упростити израз:
$x\dfrac{\partial f}{\partial x}(x,y) - y\dfrac{\partial f}{\partial y}(x,y) =$ ____________________

3. Дата је функција $f(x,y) = e^{2y}(x^2 + 2x + y^2 - 1)$.

• Стационарне тачке функције $f(x,y)$ су: ____________________

• Довољан услов да тачка (x_0,y_0) буде локални екстремум диференцијабилне функције $f(x,y)$ гласи: ____________________

• Локални екстремуми функције $f(x,y)$ (ако постоје) су: ____________________

јер је: ____________________