

## Група А

1. Дата је функција

$$f : (x, y) \mapsto \begin{cases} x^2 \frac{x-y}{x^2+y^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

- (1) Испитати непрекидност функције у тачки  $(0, 0)$ .
- (2) Испитати диференцијабилност функције у тачки  $(0, 0)$ .
- (3) Испитати да ли постоје:  $f''_{xy}, f''_{yx}$   $(0, 0)$

2. Функцију  $f : (x, y) \mapsto z$  задату имплицитно једнакошћу

$$2x^2 + 2y^2 + z^2 + 8xz - z + 34 = 0 \quad (z < 14)$$

апроксимирати Тејлоровим полиномом другог реда у околини тачке  $A(-2, 0)$ .

3. Одредити локалне екстремуме функције

$$f : (x, y, z) \mapsto 2x^2 - 4y + \frac{z^2}{x} + \frac{2y^2}{z}.$$

ТРЕЋИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 1, 06.06.1997.

## Група Б

1. Дата је функција

$$f : (x, y) \mapsto \begin{cases} \frac{x^{4/3}y^{5/3}}{x^2+y^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

- (1) Испитати непрекидност функције у тачки  $(0, 0)$ .
- (2) Испитати диференцијабилност функције у тачки  $(0, 0)$ .
- (3) Испитати у ком смеру постоји извод у тачки  $(0, 0)$ .

2. Ако је функција  $F$  диференцијабилна и ако је функција  $f : (x, y) \mapsto z$  дата једнакошћу

$$z = yF\left(y + \frac{z}{x}\right) - xy,$$

упростити израз  $xf'_x + yf'_y + xy$ .

3. Одредити екстремне вредности функције

$$f : (x, y, z) \mapsto xz + yz$$

## I. GRUPA

1. Neka je  $f:(x,y) \mapsto \begin{cases} x \frac{x^2-y^2}{x^2+y^2}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$

a) Ispitati neprekidnost funkcije  $f$  u tački  $(0,0)$

b) Ispitati diferencijabilnost funkcije  $f$  u tački  $(0,0)$ .

2. Odrediti ekstremume funkcije  $f:(x,y,z) \mapsto x+y+z$ ,  
pri uslovu  $x^2 + yz = 5$ .

3. Funkcija  $f:(x,y) \mapsto z$  zadata je implicitno jednačom

$$5x^2 + 5y^2 + 5z^2 - 2xy - 2xz - 2yz - 32 = 0 \quad (z > 0).$$

Apksimirati funkciju  $f$  Tejlorovim polinomom drugog reda u okolini tačke  $M(1,-1)$ .

## II. GRUPA

1. Funkcija  $f:(x,y) \mapsto z$  je definisana implicitno jednačom

$$F\left(\frac{x}{y}, \frac{y}{z}\right) = 0 \quad \text{gde je } F \text{ diferencijabilna na } \mathbb{R} \times \mathbb{R}. \text{ Dokazati da je}$$

$$xf''_{xx}(x,y) + yf''_{yy}(x,y) = f(x,y).$$

2. Odrediti lokalne ekstremume funkcije

$$f:(x,y) \mapsto x \ln(x^2+y^2).$$

3. Naći najmanju i najveću vrednost funkcije

$$f:(x,y) \mapsto 2x^3 + 4x^2 + y^2 - 2xy, \quad \text{na oblasti } D = \{(x,y) : -1 \leq y \leq -x^2\}.$$

### III KOLOKVIJUM IZ MATEMATIKE I

I. GRUPA

25.03.1995.

1. Data je funkcija

$$f : (x,y) \rightarrow \begin{cases} \frac{x^2y - xy^2}{x^2 + y^2}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

a) Ispitati neprekidnost funkcije u tački (0,0)

b) Ispitati egzistenciju  $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$  (0,0) i  $\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$  (0,0)

2. Naći ekstremne vrednosti funkcije

$$f : (x,y,z) \rightarrow \frac{2}{x} + \frac{x^2}{y} + z + \frac{y^2}{4z}$$

3. Odrediti najmanju i najveću vrednost funkcije

$$f : (x,y) \rightarrow x^2 + y^2 \quad \text{na oblasti} \quad D = \left\{ (x,y) : \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} \leq 1 \right\}$$

### III KOLOKVIJUM IZ MATEMATIKE I

II. GRUPA

25.03.1995.

1. Data je funkcija

$$f : (x,y) \rightarrow \begin{cases} \frac{xy}{\sqrt{x^2 + y^2}} \sin \frac{xy}{x^2 + y^2}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

2. Naći ekstremne vrednosti funkcije

$$f : (x,y,z) \rightarrow 2x^2 + \frac{y^2}{x} - 4z + \frac{2z^2}{y}$$

a) Ispitati neprekidnost funkcije u tački (0,0).

b) Ispitati diferencijabilnost funkcije u (0,0).

3. Naći ekstremne vrednosti funkcije

$$f : (x,y,z) \rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$$

pri uslovu

$$\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2} = \frac{3}{4}$$

### III KOLOKVIJUM IZ MATEMATIKE

III. GRUPA

25.03.1995.

1. Date funkcije  $f: (x,y) \rightarrow u$  i  $g: (x,y) \rightarrow v$  definisane su sistemom jednačina:

$$u^2 + uv = \ln(xy)$$

$$v^2 + uv = x^2 + y^2$$

izračunati  $\frac{\partial f}{\partial x}(1,1)$  i  $\frac{\partial f}{\partial y}(1,1)$  ako je  $g(1,1) = \sqrt{2}$

2. Naći ekstremne vrednosti funkcije  $f: (x,y) \rightarrow z$  zadate implicitno:

$$(x-1)^2 + y^3 + 6y^2 + 2z^2 + 2xz + 1 = 0$$

3. Naći ekstremne vrednosti funkcije

$$f: (x,y,z) \rightarrow x^2 + y^2 + z^2 \text{ pri uslovu}$$

$$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} + \frac{z^2}{4} = 1$$

### III KOLOKVIJUM IZ MATEMATIKE I

IV. GRUPA

25.03.1995.

1. Ako je  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  diferencijabilna funkcija, a

$$f: (x,y) \rightarrow x g\left(\frac{y}{x}\right), \text{ izračunati}$$

$$x^2 \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x,y) + 2xy \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x,y) + y^2 \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x,y)$$

2. Naći ekstremne vrednosti funkcije  $f: (x,y) \rightarrow z$  zadate implicitno

$$x^2 + y^2 + z^2 + (4-x-y-z)^2 = 4.$$

3. Odrediti najmanju i najveću vrednost funkcije

$$f: (x,y) \rightarrow x^2 + x - y^2 \text{ na oblasti } D = \{(x,y) : x^2 + y^2 \leq 1\}$$

### III KOLOKVIJUM IZ MATEMATIKE

I grupa

10.04.1993.

1. Naci Taylor-ov polinom II stepena u okolini  $M(\pi/3, e)$  za funkciju  $z = \cos x \ln y^3$ .
2. Odrediti ekstremne vrednosti funkcije  

$$u = x^3 + y^2 - 6xy + 24x + z^2.$$
3. Odrediti ekstremne vrednosti funkcije  $z = \sin x \sin y$  ako je  $x + y = \pi/2$  i  $x > 0, y > 0$ .

### III KOLOKVIJUM IZ MATEMATIKE

II grupa

10.04.1993.

1. Naci Taylor-ov polinom II stepena u okolini  $M(e, \pi/3)$  za funkciju  $z = \ln x^2 \sin y$ .
2. Odrediti ekstremne vrednosti funkcije  

$$u = y^3 - x^2/6 - z^2 + xy - 6y + 2z.$$
3. Odrediti najveću i najmanju vrednost funkcije  $z = x^2 + y^2 - 4x$  u oblasti  $D = \{(x, y): x-4 \leq -|y-1|, x \geq 0\}$ .

1. Ispitati postojanje i karakter ekstremuma funkcije

$$u = x^2y + y^2 - y + z^2 - 2z.$$

2. Naći Mak Lonerov polinom drugog stepena funkcije

$$f(x,y) = \sin x \sin y, \text{ a zatim približno izračunati } f(-0.5, 0.5).$$

3. Odrediti ekstremum funkcije  $z = \ln xy$  pri uslovu  $x^2 + y^2 = 8$

## III KOLOKVIJUM IZ MATEMATIKE I

2.04.1992.

## II GRUPA

1. Ispitati postojanje i karakter ekstremuma funkcije

$$u = x^2 + 3xy + y^2 + yz^2 - 4y.$$

2. Odrediti Tejlorov polinom drugog stepena funkcije  $f(x,y) = \cos xy$  u okolini tačke  $(\pi, \frac{1}{2})$ .

3. Odrediti najveću i najmanju vrednost fznkcije

$$z = 2x^3 + 4x^2 + y^2 - 2xy$$

$$\text{na oblasti } D = \{(x,y) : x^2 \leq y \leq 4\}$$