

(92)

I. 1. $\int x^3 \arctg x dx$

2. (tr. dužim linije krive $y = \frac{1}{2}x^2 - x$, $0 \leq x \leq 1$

3. $\iint_D \sin(2y-x) \cos(y-2x) dx dy$; D paralel. ABCD
 sa tem. $A(0,0)$, $B(2,1)$, $D(1,2)$

II pr. 1. $\int x^2 \operatorname{arctg} x dx$

2. (tr. zoprem rotac. tela koje nastaje
 obrotom krive $y = \frac{\sqrt{1+x}}{1+\tan^2 x}$; $0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}$, oko x -ose

3. $\iint_D \cos(y-2x) \cos(y+2x) dx dy$; D paralel.

sa tem. $A(0,0)$, $B(1,2)$, $D(-1,2)$

1. Izračunati $\int \frac{x^5 dx}{(x^2-1)(x^2+1)}$.

2. Primenom integrala izračunati površinu površi D, koja je ograničena sa $x^2 + y^2 = 4$ i $y = |x|$.

3. Izračunati $\iint_D y e^{2x+y} dx dy$ ako je D trougao sa temenima A(-2,0), B(2,0), C(0,4).

1. Izračunati $\int \frac{x^5 dx}{(x-1)^2(x^2+1)}$.

2. Primenom integrala izračunati površinu površi D, koja je ograničena sa $x^2 + y^2 = 2$, $y = x$, $x = 0$.

3. Izračunati $\iint_D x \sin(x+y) dx dy$ ako je D trougao sa temenima A(0, $-\pi/2$), B($\pi/2$, 0), C(0, $\pi/2$).

I. GRUPA

1. Izračunaj

$$\int \frac{\cos x \ln(\sin x)}{\sin^2 x} dx$$

2. Izračunati površinu figure ograničene krivim $2y = x^2$, $2x^2 = y-1$, $y=2$.

3. Izračunati

$$\iint_D (y-2)^4 dx dy \text{ ako je}$$

$$D = \left\{ (x,y) : x^2 + y^2 - 2x - 4y - 1 \leq 0, \quad x \geq 1. \right\}$$

II. GRUPA

1. Izračunati

$$\int \sin x \arctg(\cos x) dx$$

2. Izračunati površinu figure ograničene krivom $3y^2 = x$, $y^2 = 2x - 10$.3. Izračunati $\iint_D (x-3)^4 dx dy$, ako je

$$D = \left\{ (x,y) : x^2 + y^2 - 6x + 2y + 6 \leq 0, \quad x \leq 3. \right\}$$

Група А

1. Израчунати $\int \frac{x^2 \arctan x}{1+x^2} dx$.
2. Израчунати површину коју ограничавају позитиван део x - осе и графици функција

$$f : x \mapsto \frac{8}{x^2+4}, \quad g : x \mapsto \frac{4x}{x^2+4}.$$

3. Ако је \mathcal{D} област ограничена кривама

$$x^2 + y^2 = 4x, \quad x^2 + y^2 = 8x, \quad y = x, \quad y = \sqrt{3}x,$$

израчунати

$$\iint_{\mathcal{D}} \frac{1}{(x^2 + y^2)^2} dx dy.$$

Група Б

1. Израчунати $\int \frac{\arctan x}{x^2(1+x^2)} dx$.
2. Израчунати површину коју ограничавају x - оса, права $x = 1$ и график функције

$$f : x \mapsto \frac{\ln x}{(x-1)^{3/2}}.$$

3. Ако је \mathcal{D} област ограничена кривама

$$2x - y = 1, \quad 2x - y = 3, \quad y + x = -2, \quad x + y = 0,$$

израчунати

$$\iint_{\mathcal{D}} xy dx dy.$$

Група А

1. Израчунати $\int \frac{\sqrt{\sin x}}{\cos x} dx$.
2. Фигура ограничена кривом $y = 2x - x^2$ и правама $y = 1$ и $x = 0$ ротира око y - осе. Израчунати запремину тако насталог тела.
3. Израчунати

$$\iint_{\mathcal{D}} y \, dx \, dy$$

ако је

$$\mathcal{D} = \left\{ (x, y) : x^2 + y^2 \leq 12, y \leq \frac{6-x}{\sqrt{3}}, x \geq 0, y \geq 0 \right\}.$$

Група Б

1. Израчунати $\int \frac{5e^x}{e^{4x} - 3e^{2x} - 4} dx$.
2. Нека је $I(a) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{a + x^2}$, $a \in \mathbb{R}$.
 - (1) Одредити скуп A свих вредности a за које интеграл $I(a)$ конвергира.
 - (2) За $a \in A$ израчунати $I(a)$.
3. Израчунати запремину тела ограниченог површима:

$$z = 9 - x^2 - y^2, \quad x^2 + y^2 - 2xy = 0, \quad z = 0.$$

Група А

1. Израчунати $\int \frac{x \ln x}{(x^2 - 1)^{3/2}} dx$.
2. Ако је $I(a, b) = \int_0^1 x^a (\ln x)^b dx$,
 - (1) одредити скуп вредности a и b за које $I(a, b)$ постоји,
 - (2) израчунати $I(-1/2, 3)$.
3. Израчунати запремину тела ограниченог површима

$$z = 0, \quad az = x^2 + y^2, \quad , x^2 + y^2 = 2ax, \quad (a > 0).$$

Група Б

1. Ако је $f \in C[0, 1]$ и $f(x) > 0$ за $x \in [0, 1]$, израчунати

$$\int_0^1 \frac{f(x)}{f(x) + f(1-x)} dx.$$
2. Ако је $I(a) = \int_0^{+\infty} \frac{x^a \ln x}{(1+x)^2} dx$,
 - (1) одредити скуп вредности параметра a за које $I(a)$ постоји,
 - (2) израчунати $I(1/2)$.
3. Израчунати $\iint_D \left(\frac{y}{x}\right)^2 dx dy$ ако је $D = \{(x, y) ; 1 \leq x^2 + y^2 \leq 2x\}$.

Група А

1. Израчунати $\int x \sin \sqrt{x} dx$.
2. Израчунати површину фигуре ограничене линијама:

$$y = 0, \quad x = \frac{1}{2}, \quad x = 2, \quad y = \arcsin \frac{2x}{1+x^2} dx.$$

3. Израчунати запремину тела ограниченог површима:

$$3z = x^2 + y^2, \quad x^2 + y^2 = 6x, \quad \sqrt{3}x - y = 0, \quad (0 \leq y \leq \frac{3\sqrt{3}}{2}).$$

4. Испитати апсолутну и условну конвергенцију реда $\sum_1^{\infty} n^{-1/3} \left(\frac{x-1}{3} \right)^n$.
-

Група Б

1. Израчунати $\int \frac{dx}{\sin^4 x + \cos^4 x}$.
2. Израчунати дужину лука криве $y = \ln(\cos x)$ за $x \in [0, \pi/3]$.
3. Израчунати $\iint_D (x^2 - y^2) \sin \pi(x - y)^2 dx dy$ ако је D фигура ограничена правима:

$$y = -x + 2, \quad y = -x + 4, \quad y = x + 1, \quad y = x - 2.$$

4. Испитати конвергенцију реда $\sum_1^{\infty} n(\sqrt[3]{n+1} - \sqrt[3]{n})^\alpha$, где је $\alpha \in \mathbb{R}$.

Група А

1. (1) Израчунати $\int_0^{\pi/2} \sin 2x \arctan(\cos^2 x) dx$.
 (2) Основна теорема диференцијалног и интегралног рачуна.
 Формулација и доказ.

2. Израчунати $\iint_D \frac{xy dx dy}{\sqrt{9x^2 + 4y^2}}$, ако је

$$D = \left\{ (x, y) : \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} \leq 1, x \geq 0, y \geq 0 \right\}.$$

3. Израчунати дужину лука криве задане параметарски:

$$x = \frac{t^2}{2}, y = \ln t, 1 \leq t \leq 2.$$

Група Б

1. (1) Израчунати

$$\int \frac{dx}{\sin^4 x + \cos^4 x + 1}.$$

- (2) На основу дефиниције одређеног интеграла доказати да не постоји

$$\int_a^b D(x) dx, \text{ где је } D(x) = \begin{cases} 1, & x \in \mathbb{Q} \\ 0, & x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}. \end{cases}$$

2. За које вредности реалног параметра α конвергира интеграл

$$\int_0^1 \frac{\sin^4 x - e^x + 1 + x}{x^\alpha} dx \quad ?$$

3. Израчунати запремину тела ограниченог површима

$$z = 1 - x^2 - y^2, z = x^2 + y^2 + 1, x^2 + y^2 = 1.$$

Група В

1. (1) Израчунати

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\sin^2 x + \sin x}{\sin x + \cos x + 1} dx.$$

- (2) На основу дефиниције одређеног интеграла доказати да не постоји $\int_a^b D(x)dx$ где је

$$D(x) = \begin{cases} 1, & x \in \mathbb{Q} \\ 0, & x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}. \end{cases}$$

2. Испитати конвергенцију интеграла $\int_0^{+\infty} \frac{x dx}{\sinh x}$.

3. Израчунати запремину тела ограниченог површима

$$x^2 + y^2 = 2x, \quad x^2 + y^2 = 2y, \quad z = 0, \quad z = x + y.$$

Група Г

1. (1) Израчунати

$$\int \frac{x \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})}{\sqrt{x^2 + 1}} dx.$$

- (2) Основна теорема диференцијалног и интегралног рачуна. Формулација и доказ.

2. Испитати конвергенцију интеграла

$$\int_1^{+\infty} \frac{\sqrt{x+1}}{1+2\sqrt{x}+x^2} dx.$$

3. Израчунати површину равне фигуре ограничене линијама

$$x^2 + y^2 = 2ax, \quad x^2 + y^2 = 2bx, \quad y = x, \quad y = 0, \quad (0 < a < b).$$

Група 1

1. Израчунати

$$\int \arcsin x \arccos x \, dx.$$

2. Израчунати запремину тела које се добија ротацијом фигуре ограничене са

$$y = \frac{2x}{x^2 - 1}, \quad x = 2, \quad x = 3, \quad y = 0,$$

око осе Ox .

3. Израчунати

$$\int \int_D \frac{x \, dx \, dy}{x^2 + y^2},$$

ако је D област ограничена кривама $x^2 = 2y$, $x^2 + y^2 = 8$, $(x \geq 0, y \geq 0)$.

4. Доказати тврђење: Ако је f непрекидна функција на $[a, b]$, тада постоји $c \in (a, b)$ за које је $\int_a^b f(x) \, dx = f(c)(b - a)$.
-

Група 2

1. Израчунати

$$\int \frac{\sin x (1 - \cos x)}{\cos x (1 + \cos^2 x)} \, dx.$$

2. Израчунати

$$\int_{-1}^1 \frac{e^x \, dx}{(e^x + 1)(x^2 + 1)}.$$

3. Израчунати запремину тела ограниченог површима $2z = x^2 + y^2$, $x^2 + y^2 - 2x = 0$, $z = 0$.

4. Доказати тврђење: Ако је f непрекидна функција на $[a, b]$, тада постоји $c \in (a, b)$ за које је $\int_a^b f(x) \, dx = f(c)(b - a)$.

Група 3

1. Израчунати $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{-x^2 + 4x - 3}}$.
 2. Нека је $I(a) = \int_0^{+\infty} e^{-ax} \sin ax \, dx$.
 - (1) Одредити скуп A вредности параметра a за које интеграл $I(a)$ конвергира.
 - (2) За $a \in A$ израчунати $I(a)$.
 3. Израчунати површину фигуре ограничене линијама: $xy = \frac{a^2}{2}$, $xy = 2a^2$, $y = \frac{x}{2}$, $y = 2x$, где је $a > 0$.
 4. Доказати тврђење: Ако је функција f непрекидна на $[a, b]$ и ако је $\Phi(x) = \int_a^x f(t) dt$, тада је $\Phi'(x) = f(x)$.
-

Група 4

1. Израчунати

$$\int \frac{xe^{3x^2/2}}{(e^{x^2} + 1)^2} dx.$$

2. Нека је

$$I_n = \int_0^1 x^2 \ln^n x \, dx.$$

- (1) Израчунати I_n у функцији од I_{n-1} .
 - (2) Израчунати I_n .
3. Израчунати запремину тела ограниченог површима

$$2z = 4 - x^2 - y^2, \quad x^2 + y^2 - 2x = 0, \quad z = 0$$

(унутар цилиндра).

4. Доказати тврђење: ако је функција $f(x)$ непрекидна на сегменту $[a, b]$ и $\Phi(x) = \int_a^x f(t) \, dt$, тада је $\Phi'(x) = f(x)$.

Група 1

1. Израчунати

$$\int \frac{dx}{4 + tgx + 4ctgx}.$$

2. Израчунати

$$\int_1^{+\infty} \frac{x \ln x}{(1+x^2)^2} dx.$$

3. Израчунати запремину тела ограниченог сфером $x^2 + y^2 + z^2 = r^2$ и цилиндром $x^2 + y^2 = rx$, ($z \geq 0$, $r > 0$).
4. Формулисати и доказати интегрални критеријум за конвергенцију бесконачних бројних редова.
-

Група 2

1. Одредити везу између I_n и I_{n-2} , ($n \in \mathbb{N}$, $n > 2$) ако је

$$I_n = \int \arcsin^n x dx.$$

2. Израчунати дужину лука криве задане параметарски:

$$x(t) = 2\sqrt{2}\sqrt{1-t^2}, \quad y(t) = t\sqrt{1-t^2}, \quad 0 \leq t \leq 1.$$

3. Израчунати

$$\int \int_D x \sin |y - x^2| dx dy,$$

ако је $D = \{(x, y) : 0 \leq x \leq \sqrt{\pi/2}, 0 \leq y \leq \pi\}$.

4. Ако је $\Phi(x) = \int_a^x f(t) dt$ и f непрекидна функција, доказати да је $\Phi'(x) = f(x)$.

Група 3

1. Израчунати

$$\int \frac{dx}{(tgx - 1)^2}.$$

2. Израчунати запремину тела насталог ротацијом око x -осе фигуре ограничене кривом $y = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$ и правама $y = 0$, $x = 1$.

3. Израчунати

$$\iint_D (x^2 + y^2 + 2y) dx dy,$$

ако је $D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1, x^2 - y \leq 1\}$.

4. Доказати да је Лајбницов ред конвергентан.
-

Група 4

1. Израчунати

$$\int \frac{1 + \ln x}{1 + (x \ln x)^3} dx.$$

2. Израчунати

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\sin^3 x dx}{\sin^3 x + \cos^3 x}.$$

3. Израчунати запремину тела ограниченог површима

$$x^2 + y^2 = 2(x + y), \quad z = x^2 + y^2, \quad z = 0.$$

4. Ако је функција f непрекидна на одсечку $[a, b]$, тада постоји тачка $c \in [a, b]$ таква да је

$$\int_a^b f(x) dx = f(c)(b - a). \text{ Доказати.}$$

ЧЕТВРТИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 1, 7.6.2003

Група 1

1. Израчунати $\int \frac{(1 + \sin x) \cos x}{(1 + \cos x) \sin x} dx$.
 2. Израчунати запремину тела које настаје ротацијом око x -осе фигуре ограничене кривом $y = x\sqrt{\arccos x}$ и правом $y = 0$.
 3. Израчунати $\iint_D xy dx dy$ ако је D паралелограм одређен правама $y = 2x - 1$, $y = 2x + 1$, $y = \frac{x}{2} + 1$ и $y = \frac{x}{2} + 3$.
-

ЧЕТВРТИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 1, 7.6.2003

Група 2

1. Израчунати $\int \frac{\cos x dx}{\sin^3 x - \cos^3 x}$.
2. Израчунати запремину тела које настаје ротацијом око x -осе фигуре ограничене кривом $y = \sqrt{x} \cos x$ и правама $x = \frac{\pi}{2}$ и $y = 0$.
3. Израчунати запремину тела ограниченог површима: $x^2 + y^2 = 2y$, $z = x + 2y$ и $z = 0$ за $x \geq 0$.

ЧЕТВРТИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 1, 7.6.2003

Група 3

1. Израчунати $\int \frac{e^{3x} - e^x}{e^{3x} + 1} dx$.

2. Израчунати запремину тела које настаје ротацијом око x -осе фигуре F , где је

$$F = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 6x + 2y - 9\}.$$

3. Израчунати површину оног дела конуса $z^2 = x^2 + y^2$ који исеца цилиндар $x^2 + y^2 = 6x$.

ЧЕТВРТИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 1, 7.6.2003

Група 4

1. Израчунати $\int \frac{\sin x dx}{\sin^3 x + \cos^3 x}$.

2. Израчунати дужину лука криве $y = \sqrt{x^2 - 48} + 4\sqrt{6} \ln(x + \sqrt{x^2 - 48})$ за $7 \leq x \leq 8$.

3. Израчунати запремину тела ограниченог површима: $x^2 + y^2 = 2x$, $z = 2x + y$ и $z = 0$ за $y \geq 0$.

ЧЕТВРТИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 1, 5.6.2004

Група 1

1. Израчунати $\int \frac{\sin 2x - 2 \cos^3 x}{\sin^3 x + 1} dx$
 2. Израчунати запремину тела које настаје ротацијом око y -осе конвексне фигуре ограничене линијама $x^2 + y^2 = x$ и $x^2 + y^2 = y$.
 3. Израчунати $\iint_D (x^2 - y^2) e^{x+y} dx dy$ ако је D паралелограм одређен правама $y = -x - 1$, $y = -x + 3$, $y = x + 2$ и $y = x - 4$.
-

ЧЕТВРТИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 1, 5.6.2004

Група 2

1. Израчунати $\int \frac{\ln(1 + \cos x)}{\sin^2 x} dx$
2. Израчунати дужину лука криве $y = \sqrt{x^2 - 24} + 4\sqrt{3} \ln(x + \sqrt{x^2 - 24})$ за $5 \leq x \leq 7$.
3. Израчунати запремину тела ограниченог параболоидом $2z = 4 - x^2 - y^2$, равни $z = 0$ и цилиндром $x^2 + y^2 - 2x = 0$ (унутар цилиндра).

ЧЕТВРТИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 1, 5.6.2004

Група 3

1. Израчунати $\int x \cdot \arcsin x dx$.

2. Израчунати површину фигуре ограничене кривом $y = \frac{1}{\sqrt{10x - x^2 - 21}}$ и правама $x = 4$, $x = 6$, $y = 0$.

3. Израчунати запремину тела ограниченог параболоидом $x^2 + y^2 = 2z$ и конусом $4(x^2 + y^2) = (z + 2)^2$.

ЧЕТВРТИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 1, 5.6.2004

Група 4

1. Израчунати $\int \frac{\sin x dx}{\cos x + \cos^2 x + \cos^3 x}$

2. Израчунати површину криволинијског трапеза одређеног графиком функције $f : x \mapsto e^{-2x} \cos^2 x$ за $0 \leq x \leq +\infty$.

3. Израчунати $\iint_D \frac{dx dy}{(x^2 + y^2)^2}$ ако је D област ограничена кривим линијама $x^2 + y^2 = 4x$, $x^2 + y^2 = 8x$, $y = 0$ и $y = x$.

ЧЕТВРТИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 1, 4.6.2005

Група 1

1. Израчунати $\int \frac{(9 \sin x + 2) \cos x}{\sin^2 x + 6 \sin x + 58} dx$.

2. Израчунати дужину лука криве $y = \sqrt{x^2 - 25} + 5\sqrt{2} \ln(x + \sqrt{x^2 - 25})$ за $7 \leq x \leq 9$.

3. Израчунати

$$\iint_{\mathcal{D}} \sqrt{x^2 + y^2} \ln \sqrt{x^2 + y^2} \, dxdy,$$

где је $\mathcal{D} = \{(x, y) : 1 \leq x^2 + y^2 \leq e^2\}$.

ЧЕТВРТИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 1, 4.6.2005

Група 2

1. Израчунати $\int \frac{(5 \cos x + 2) \sin x}{\cos^2 x - 8 \cos x + 4} dx$.

2. Израчунати запремину тела које настаје ротацијом око x -осе фигуре ограничене кривом $y = \sqrt{x} \sin x$ и правама $y = \pi/2$ и $y = 0$.

3. Израчунати

$$\iint_{\mathcal{D}} \frac{5xdxdy}{(y + 3x - 3)(y - 2x - 4)},$$

где је \mathcal{D} паралелограм ограничен правама: $y = 2x + 5$, $y = -3x + 4$, $y = 2x + 9$, $y = -3x + 8$.

ЧЕТВРТИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 1, 4.6.2005

Група 3

1. Израчунати $\int \frac{(7 \sin x - 3) \cos x}{\sin^2 x + 4 \sin x + 40} dx$.

2. Израчунати дужину лука криве $y = \sqrt{x^2 - 49} + 7\sqrt{2} \ln(x + \sqrt{x^2 - 49})$ за $9 \leq x \leq 11$.

3. Израчунати

$$\iint_{\mathcal{D}} \frac{\arctan \sqrt{x^2 + y^2}}{\sqrt{x^2 + y^2}} dx dy,$$

где је $\mathcal{D} = \{(x, y) : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 3\}$.

ЧЕТВРТИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 1, 4.6.2005

Група 4

1. Израчунати $\int \frac{(3 \cos x - 4) \sin x}{\cos^2 x - 12 \cos x + 52} dx$.

2. Израчунати запремину тела које настаје ротацијом око x -осе фигуре ограничене кривом $y = \sqrt{x} \cos x$ и правама $y = \pi/2$ и $y = 0$.

3. Израчунати

$$\iint_{\mathcal{D}} \frac{8x dx dy}{(y - 3x - 1)(y + 5x - 4)},$$

где је \mathcal{D} паралелограм ограничен правама: $y = 3x + 2$, $y = -5x + 5$, $y = 3x + 7$, $y = -5x + 10$.

II KOLOKVIJUM IZ MATEMATIKE 2

Ime i prezime: _____ broj indeksa: _____

1. Definicija neodređenog integrala glasi: _____

• Dat je integral $\int \frac{(9 \sin x + 2) \cos x}{\sin^2 x + 6 \sin x + 58} dx$. Uvođenjem smene _____ on se svodi na integral racionalne funkcije _____

• Skup primitivnih funkcija funkcije $y = \frac{(9 \sin x + 2) \cos x}{\sin^2 x + 6 \sin x + 58}$ je: _____

2. Formula za izračunavanje dužine luka krive $y = f(x)$ od tačke $A(a, f(a))$ do tačke $B(b, f(b))$ glasi: _____

• Ako je $f(x) = \sqrt{x^2 - 48} + 4\sqrt{6} \ln(x + \sqrt{x^2 - 48})$, $7 \leq x \leq 8$ dužina luka krive iznosi:

3. Definicija dvojnog integrala glasi: _____

• Izračunati $\iint_D \ln(x^2 + y^2) dx dy$, ako je $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid e^2 \leq x^2 + y^2 \leq e^4\}$.

• Potrebno je izvršiti sledeću transformaciju koordinata: _____

• Vrednost odgovarajućeg jakobijana je: _____, a nove promenljive imaju granice: _____

II KOLOKVIJUM IZ MATEMATIKE 2

Ime i prezime: _____ broj indeksa: _____

1. Definicija neodređenog integrala glasi: _____

• Dat je integral $\int \frac{(7 \cos x - 3) \sin x}{\cos^2 x + 4 \cos x + 40} dx$. Uvođenjem smene _____ on se svodi na integral racionalne funkcije _____

• Skup primitivnih funkcija funkcije $y = \frac{(7 \cos x - 3) \sin x}{\cos^2 x + 4 \sin x + 40}$ je: _____

2. Formula za izračunavanje površine ravnog lika ograničenog krivom $y = f(x), a \leq x \leq b$, i Ox osom glasi: _____

• Površina ravnog lika ograničenog krivom $y = \frac{e^x + 1}{e^{2x} + 1}$ i pravama $x = 0$, $x = \ln 2$ i $y = 0$ iznosi:

3. Definicija dvojnog integrala glasi: _____

• Izračunati $\iint_D \frac{\arctg \sqrt{x^2 + y^2}}{\sqrt{x^2 + y^2}} dx dy$, ako je $D = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid \frac{1}{3} \leq x^2 + y^2 \leq 3 \right\}$.

• Potrebno je izvršiti sledeću transformaciju koordinata: _____

• Vrednost odgovarajućeg jakobijana je: _____, a nove promenljive imaju granice: _____

II KOLOKVIJUM IZ MATEMATIKE 2

Ime i prezime: _____ broj indeksa: _____

1. Definicija neodređenog integrala glasi: _____

• Dat je integral $\int \frac{(5e^x + 2)e^x}{e^{2x} - 8e^x + 41} dx$. Uvođenjem smene _____ on se svodi na integral racionalne funkcije _____

• Skup primitivnih funkcija funkcije $y = \frac{(5e^x + 2)e^x}{e^{2x} - 8e^x + 41}$ je: _____

2. Formula za izračunavanje zapremine tela koje nastaje rotacijom figure ograničene krivom $y = f(x), a \leq x \leq b$, oko ose Ox glasi: _____

• Zapremina tela nastalog rotacijom figure ograničene krivom $y = x\sqrt{\ln \frac{1+2x}{1-x}}$ i pravama $x = 0$, $x = \frac{1}{2}$ i $y = 0$ oko ose Ox iznosi:

3. Definicija dvojnog integrala glasi: _____

• Izračunati $\iint_D \frac{25xdxdy}{(y+3x-3)(y-2x-4)}$, ako je D paralelogram ograničen pravama:

$y = 2x + 5$, $y = -3x + 4$, $y = 2x + 9$ i $y = -3x + 8$.

• Potrebno je izvršiti sledeću transformaciju koordinata: _____

• Vrednost odgovarajućeg jakobijana je: _____, a nove promenljive imaju granice: _____

II KOLOKVIJUM IZ MATEMATIKE 2

Ime i prezime: _____ broj indeksa: _____

1. Definicija neodređenog integrala glasi: _____

• Dat je integral $\int \frac{(3e^x - 4)e^x}{e^{2x} - 12e^x + 52} dx$. Uvođenjem smene _____ on se svodi na integral racionalne funkcije _____

• Skup primitivnih funkcija funkcije $y = \frac{(3e^x - 4)e^x}{e^{2x} - 12e^x + 52}$ je: _____

2. Formula za izračunavanje površine ravnog lika ograničenog krivom $y = f(x)$, $a \leq x \leq b$, i Ox osom glasi: _____

• Površina ravnog lika ograničenog krivom $y = \frac{\sin x \cdot \ln(\cos x)}{(\cos x + 1)^2}$ i pravama $x = 0$, $x = \frac{\pi}{3}$ i $y = 0$ iznosi:

3. Definicija dvojnog integrala glasi: _____

• Izračunati $\iint_D \frac{64xdxdy}{(y-3x-1)(y+5x-4)}$, ako je D paralelogram ograničen pravama:

$y = 3x + 2$, $y = -5x + 5$, $y = 3x + 5$ i $y = -5x + 8$.

• Potrebno je izvršiti sledeću transformaciju koordinata: _____

• Vrednost odgovarajućeg jakobijana je: _____, a nove promenljive imaju granice: _____

II KOLOKVIJUM IZ MATEMATIKE 2

Ime i prezime: _____ broj indeksa: _____

1. Definicija neodređenog integrala glasi: _____

• Dat je integral $\int \frac{(9e^x + 2)e^x}{e^{2x} + 6e^x + 58} dx$. Uvođenjem smene _____ on se svodi na integral racionalne funkcije _____

• Skup primitivnih funkcija funkcije $y = \frac{(9e^x + 2)e^x}{e^{2x} + 6e^x + 58}$ je: _____

2. Formula za izračunavanje dužine luka krive $y = f(x)$ od tačke $A(a, f(a))$ do tačke $B(b, f(b))$ glasi: _____

• Ako je $f(x) = \sqrt{x^2 - 25} + 5\sqrt{2} \ln(x + \sqrt{x^2 - 25})$, $7 \leq x \leq 9$ dužina luka krive iznosi:

3. Definicija dvojnog integrala glasi: _____

• Izračunati $\iint_D \sqrt{x^2 + y^2} \ln \sqrt{x^2 + y^2} dx dy$, ako je $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 1 \leq x^2 + y^2 \leq e^2\}$.

• Potrebno je izvršiti sledeću transformaciju koordinata: _____

• Vrednost odgovarajućeg jakobijana je: _____, a nove promenljive imaju granice: _____

II KOLOKVIJUM IZ MATEMATIKE 2

Ime i prezime: _____ broj indeksa: _____

1. Definicija neodređenog integrala glasi: _____

• Dat je integral $\int \frac{(\sin x - 5)\cos x}{\sin^2 x + 8\sin x + 97} dx$. Uvođenjem smene _____ on se svodi na integral racionalne funkcije _____

• Skup primitivnih funkcija funkcije $y = \frac{(\sin x - 5)\cos x}{\sin^2 x + 8\sin x + 97}$ je: _____

2. Formula za izračunavanje površine ravnog lika ograničenog krivom $y = f(x), a \leq x \leq b$, i Ox osom glasi: _____

• Površina ravnog lika ograničenog krivom $y = \frac{\cos x \cdot \ln(\sin x)}{(\sin x + 1)^2}$ i pravama $x = \frac{\pi}{6}$, $x = \frac{\pi}{2}$ i $y = 0$ iznosi:

3. Definicija dvojnog integrala glasi: _____

• Izračunati $\iint_D \frac{8xdxdy}{(y-3x-2)(y+5x-5)}$, ako je D paralelogram ograničen pravama:

$y = 3x + 3, y = -5x + 6, y = 3x + 7$ i $y = -5x + 10$.

• Potrebno je izvršiti sledeću transformaciju koordinata: _____

• Vrednost odgovarajućeg jakobijana je: _____, a nove promenljive imaju granice: _____

ЧЕТВРТИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 1, 9.6.2007

Група 1

1. Израчунати $\int \frac{3x^2 - x - 2}{x^3 + 8} dx$.
 2. Израчунати запремину тела које настаје ротацијом око x -осе фигуре ограничене кривом $y = \frac{1}{2}(\cot x - \tan x)$ и правама $y = 0$, $x = \pi/6$ и $x = \pi/4$.
 3. Израчунати $\iint_{\mathcal{D}} (x-y) \sin(x+y) dx dy$ ако је D паралелограм одређен правама $y = -x$, $y = -x + \frac{\pi}{2}$, $y = 3x + 1$, $y = 3x + 5$.
-

ЧЕТВРТИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 1, 9.6.2007

Група 2

1. Израчунати $\int \frac{4x^2 + 3x + 2}{x^3 - 8} dx$.
2. Израчунати површину површи настале ротацијом око x -осе криве $y = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x})$ за $-2 \leq x \leq 2$.
3. Израчунати $\iint_{\mathcal{D}} \sin \sqrt{x^2 + y^2} dx dy$, где је
$$\mathcal{D} = \{(x, y) : 4 \leq x^2 + y^2 \leq \frac{\pi^2}{4}, x \geq 0, y \leq 0\}.$$

ЧЕТВРТИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 1, 9.6.2007

Група 3

1. Израчунати $\int \frac{x^2 - 3x}{(x-1)(x^2 - 2x + 3)} dx$.
 2. Израчунати дужину лука криве $y = \ln(1 - x^2)$ за $-1/2 \leq x \leq 1/2$.
 3. Израчунати $\iint_{\mathcal{D}} (x^2 + y^2) dx dy$, где је \mathcal{D} паралелограм са теменима $A(-1, 1)$, $B(1, -1)$, $C(2, 2)$ и $D(0, 4)$.
-

ЧЕТВРТИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 1, 9.6.2007

Група 4

1. Израчунати $\int \frac{x^2 + 3x}{(x+1)(x^2 + 2x + 3)} dx$.
2. Израчунати дужину лука криве задате са $x = a \cos^3 t$, $y = a \sin^3 t$ за $0 \leq t \leq \pi/2$ и $a > 0$.
3. Израчунати $\iint_{\mathcal{D}} \sqrt{x^2 + y^2} dx dy$, где је $\mathcal{D} = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 3y\}$.

ЧЕТВРТИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 1, 9.6.2007

Група 5

1. Израчунати $\int \frac{3x^2 + 5x}{(x-1)(x^2 + 2x + 5)} dx$.

2. Израчунати запремину тела које настаје ротацијом око x -осе фигуре ограничене кривом $y = \ln x$ и правама $y = 0$, $x = 2$ и $x = 5$.

3. Израчунати $\iint_{\mathcal{D}} (y^2 - x^2) dx dy$, где је \mathcal{D} паралелограм са теменима $A(-1, 2)$, $B(1, -2)$, $C(2, -1)$ и $D(0, 3)$.

ЧЕТВРТИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 1, 9.6.2007

Група 6

1. Израчунати $\int \frac{3x^2 - 4x + 1}{(x+1)(x^2 - 2x + 5)} dx$.

2. Израчунати површину површи настале ротацијом око x -осе криве $y^2 = 4 + x$ за $-4 \leq x \leq 2$.

3. Израчунати $\iint_{\mathcal{D}} \cos \sqrt{x^2 + y^2} dx dy$, где је

$$\mathcal{D} = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq \frac{\pi^2}{4}, x \leq 0, y \geq 0\}.$$

ЧЕТВРТИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 1, 9.6.2007

Група 7

1. Израчунати $\int \frac{x^2 + 5x + 1}{(x + 2)(x^2 + 2x + 5)} dx$.
 2. Израчунати дужину лука криве $y = \ln x$ за $\sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{8}$.
 3. Израчунати $\iint_{\mathcal{D}} (x + y) \cos(x - y) dx dy$, где је \mathcal{D} паралелограм ограничен правима:
 $y = x$, $y = x + \frac{\pi}{2}$, $y = -2x + 1$, $y = -2x + 4$.
-

ЧЕТВРТИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 1, 9.6.2007

Група 8

1. Израчунати $\int \frac{-3x - 4}{(x - 2)(x^2 - 2x + 5)} dx$.
2. Израчунати дужину лука криве задате са $x = (t^2 - 2) \sin t + 2t \cos t$, $y = (t^2 - 2) \cos t - 2t \sin t$ за $0 \leq t \leq \pi$.
3. Израчунати $\iint_{\mathcal{D}} x^2 + y^2 dx dy$, где је $\mathcal{D} = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 4x\}$.

ДРУГИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 2

име и презиме

број индекса

бр. поена на првом колоквијуму

1. Израчунати интеграл: $\int \frac{3 \sin 2x}{\sin^3 x + 1} dx$.

2. Израчунати површину фигуре ограничене кривама: $y = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 2x + 2}}$, $y = 1$, $x = 0$.

3. Израчунати $\iint_D (x^2 - y^2 - 2xy) dx dy$ ако је област $D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 4, x \geq 0, y \geq 0, x \leq y\}$.

ДРУГИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 2

име и презиме

број индекса

бр. поена на првом колоквијуму

1. Израчунати интеграл: $\int \frac{3 \ln x}{x(\ln^3 x - 1)} dx$.

2. Израчунати запремину тела које настаје ротацијом фигуре ограничене кривама $y = \sqrt{x} \cdot \cos x$, $y = 0$, $\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{3\pi}{4}$ око Ох-осе.

3. Израчунати: $\iint_D x e^{\frac{y}{2} - x} dx dy$ ако је област D паралелограм ограничен правама $y = 2x - 1$, $y = 2x + 3$, $y = -\frac{x}{2} - 3$, $y = -\frac{x}{2} + 1$.

ДРУГИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 2

име и презиме

број индекса

бр. поена на првом колоквијуму

1. Израчунати интеграл: $\int \frac{3 \sin 2x}{\cos^3 x + 1} dx$.

2. Израчунати запремину тела које настаје ротацијом фигуре ограничене кривама $y = \sqrt{\ln(x + \sqrt{x^2 + 1})}$, $y = 0$, $0 \leq x \leq 2$ око Ox -осе.

3. Израчунати $\iint_D x \sin(3x - y) dx dy$ ако је област D паралелограм ограничен правама $y = 3x$, $y = 3x - \frac{\pi}{2}$, $y = -x - 1$, $y = -x + 3$.

ДРУГИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 2

име и презиме

број индекса

бр. поена на првом колоквијуму

1. Израчунати интеграл: $\int \frac{3e^{2x}}{e^{3x}-1} dx$.

2. Израчунати површину фигуре ограничене кривама: $y = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 2x + 2}}$, $y = 1$, $x = 0$.

3. Израчунати $\iint_D (x^2 - y^2 + 2xy) dx dy$ ако је област $D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 9, x \geq 0, y \geq 0, x \geq y\}$

ДРУГИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 2

име и презиме

број индекса

бр. поена на првом колоквијуму

1. Израчунати интеграл: $\int \frac{2 \sin^2 x}{1 + 2 \cos^2 x} dx$.

2. Израчунати површину површи настале ротацијом криве $x = 1 + \left(\frac{y-1}{2}\right)^2$, $0 \leq y \leq 1$ око Ox - осе.

3. Израчунати $\iint_D (x+y)^2 e^{x^2-y^2} dx dy$ ако је област D паралелограм ограничен правама $y = x$, $y = x+1$, $y = -x-1$, $y = -x+1$.

ДРУГИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 2

име и презиме

број индекса

бр. поена на првом колоквијуму

1. Израчунати интеграл: $\int \frac{2(e^x + e^{2x})}{e^{4x} - 1} dx$.

2. Израчунати дужину лука криве задате параметарски: $x = t^2 \sin t$, $y = t^2 \cos t$ за $0 \leq t \leq \sqrt{5}$.

3. Израчунати $\iint_D \frac{x^2 y}{\sqrt{x^2 + y^2}} dx dy$ ако је област $D = \{(x, y) : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, x \leq 0, y \geq 0\}$.

ДРУГИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 2

име и презиме

број индекса

бр. поена на првом колоквијуму

1. Израчунати интеграл: $\int \frac{1 - \cos 2x}{2 + \cos 2x} dx$.

2. Израчунати дужину лука криве $y = 2 \ln(x + \sqrt{x^2 - 4})$ за $2\sqrt{5} \leq x \leq 2\sqrt{10}$.

3. Израчунати $\iint_D \frac{xy^2}{\sqrt{x^2 + y^2}} dx dy$ ако је област $D = \{(x, y) : 4 \leq x^2 + y^2 \leq 9, x \geq 0, y \leq 0\}$.

ДРУГИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 2

име и презиме

број индекса

бр. поена на првом колоквијуму

1. Израчунати интеграл: $\int \frac{2(1 + \ln x)}{x(\ln^4 x - 1)} dx$.

2. Израчунати површину површи настале ротацијом криве $y = 1 + \left(\frac{x-1}{2}\right)^2$, $0 \leq x \leq 1$ око Oy - осе.

3. Израчунати $\iint_D (y-x)^2 \cos(x^2 - y^2) dx dy$ ако је област D паралелограм ограничен правима:

$$y = x, y = x + \frac{\pi}{2}, y = -x - 1, y = -x + 1.$$

ДРУГИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 2

име и презиме

број индекса

бр. поена на првом колоквијуму

1. Израчунати интеграл: $\int \frac{2 \ln^2 x + 5 \ln x + 2}{x(\ln x - 2)(\ln^2 x + 4 \ln x + 8)} dx$.

2. Израчунати запремину тела које настаје ротацијом фигуре ограничене кривама $y = \sqrt{\sqrt{x} \cdot \sin \sqrt{x}}$, $y = 0$, $0 \leq x \leq \frac{\pi^2}{4}$, око Ох-осе.

3. Израчунати: $\iint_D y e^{\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}} dx dy$ ако је област $D = \{(x, y) : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 16, x \geq 0, y \geq 0\}$.

ДРУГИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 2

име и презиме

број индекса

бр. поена на првом колоквијуму

1. Израчунати интеграл: $\int \frac{(9 \cos x - 10 - 3 \cos^2 x) \cdot \sin x}{(\cos x + 2)(\cos^2 x - 4 \cos x + 8)} dx$.

2. Израчунати површину површи настале ротацијом криве $y = \ln x - \frac{x^2}{8}$, $\sqrt{e} \leq x \leq e$, око Ох-осе.

3. Израчунати: $\iint_D (3x + y) \cos(\pi(x - 3y)) dx dy$ ако је област D паралелограм ограничен правама: $y = -3x + 3$, $y = -3x + 1$, $y = \frac{x}{3}$, $y = \frac{x}{3} - \frac{1}{12}$.

ДРУГИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 2

име и презиме

број индекса

бр. поена на првом колоквијуму

1. Израчунати интеграл: $\int \frac{(3\sin^2 x + 2\sin x + 1) \cdot \cos x}{(\sin x - 1)(\sin^2 x + 2\sin x + 5)} dx$.

2. Израчунати запремину тела које настаје ротацијом фигуре ограничене кривама $y = \sqrt{\sqrt{x} \cdot e^{\sqrt{x}}}$, $y = 0$, $0 \leq x \leq 1$, око Ох-осе.

3. Израчунати : $\iint_D \arcsin \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} dx dy$ ако је област $D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 16, -y \leq x \leq y\}$.

ДРУГИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 2

име и презиме

број индекса

бр. поена на првом колоквијуму

1. Израчунати интеграл: $\int \frac{3e^{3x} - e^{2x} + 4e^x}{(e^x + 1)(e^{2x} - 2e^x + 5)} dx$.

2. Израчунати површину површи настале ротацијом криве $y = x^2 - \frac{\ln x}{8}$, $\sqrt{e} \leq x \leq e$, око Ох- осе.

3. Израчунати $\iint_D (x - 2y) \sin(\pi(2x + y)) dx dy$ ако је област D паралелограм ограничен правама:
 $y = \frac{x}{2} + 2$, $y = \frac{x}{2} + 3$, $y = -2x$, $y = -2x + \frac{1}{2}$.

ДРУГИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 2

име и презиме

број индекса

бр. поена на првом
колоквијуму

1. а) Израчунати интеграл: $\int \frac{\ln(x^2 + 4)}{(x + 2)^2} dx$.

б) Израчунати дати интеграл или установити његову дивергенцију: $\int_{-1}^{+\infty} \frac{\ln(x^2 + 4)}{(x + 2)^2} dx$.

2. Израчунати дужину лука криве $y = \frac{1}{8}(4e^{2x} + e^{-2x})$, $0 \leq x \leq 1$.

3. Израчунати: $\iint_D x \sin(x^2 + y^2 - 4y + 4)^{\frac{3}{2}} dx dy$, где је $D = \{(x, y) : x^2 + (y - 2)^2 \leq \pi^{\frac{2}{3}}, x \geq 0\}$.

ДРУГИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 2

име и презиме

број индекса

бр. поена на првом
колоквијуму

1. а) Израчунати интеграл: $\int \frac{\arctg \frac{x}{2}}{(x - 2)^2} dx$.

б) Израчунати дати интеграл или установити његову дивергенцију: $\int_{-\infty}^0 \frac{\arctg \frac{x}{2}}{(x - 2)^2} dx$.

2. Израчунати запремину ротационог тела насталог ротацијом фигуре ограничене линијама:

$y = \sqrt{\arcsin \frac{1}{x}}$, $y = 0$, $x = 1$, $x = 2$, око x -осе.

3. Израчунати: $\iint_D (x^2 - 2xy + y^2)e^{y+3x} dx dy$, где је D паралелограм ограничен правима

$y = x + 1$, $y = x + 2$, $y = -3x$ и $y = -3x + 2$.

ДРУГИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 2

име и презиме

број индекса

бр. поена на првом
колоквијуму

1. а) Израчунати интеграл: $\int \frac{\ln(x^2 + 9)}{(x-3)^2} dx$.

б) Израчунати дати интеграл или установити његову дивергенцију: $\int_4^{+\infty} \frac{\ln(x^2 + 9)}{(x-3)^2} dx$.

2. Израчунати површину ротационе површи добијене ротацијом криве $y = e^{-x} + \frac{1}{4}e^x$, $0 \leq x \leq 1$, око x -осе.

3. Израчунати: $\iint_D y \cos(x^2 + 4x + y^2 + 4)^{\frac{3}{2}} dx dy$, где је $D = \{(x, y) : (x+2)^2 + y^2 \leq \left(\frac{\pi}{2}\right)^2, y \geq 0\}$.

ДРУГИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ МАТЕМАТИКЕ 2

име и презиме

број индекса

бр. поена на првом
колоквијуму

1. а) Израчунати интеграл: $\int \frac{\arctg \frac{x}{3}}{(x+3)^2} dx$.

б) Израчунати дати интеграл или установити његову дивергенцију: $\int_0^{+\infty} \frac{\arctg \frac{x}{3}}{(x+3)^2} dx$.

2. Израчунати дужину лука криве задате параметарски: $x(t) = t \sin t$, $y(t) = t \cos t$, $\sqrt{2} \leq t \leq 2\sqrt{6}$.

3. Израчунати: $\iint_D \sin(2y+x) \cdot e^{y-2x} dx dy$, где је D паралелограм ограничен правима

$$y = 2x, y = 2(x+1), y = -\frac{x}{2} \text{ и } y = -\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}.$$

Презиме и име : _____, број индекса : _____

1. Израчунати: $\int (x+3) \cdot \frac{\sin 2x}{\sin^4 x} dx$.

2. Фигура коју ограничавају крива $y = \sqrt{\frac{3x+2}{(x-1)(x^2+4)}}$ и праве $x = 2$, $y = 0$ ротира око x -осе ($x \geq 2$). Израчунати запремину насталог тела.

3. Израчунати: $\iint_D \frac{\arctg \sqrt{x^2+y^2}}{\sqrt{x^2+y^2}} dx dy$, где је $D = \{(x,y) | x^2+y^2 \leq 1, x \leq 0, y \geq 0\}$.

Презиме и име : _____, број индекса : _____

1. Израчунати: $\int (x+1) \cdot \frac{\cos 2x+1}{\cos^4 x} dx$.

2. Израчунати површину фигуре коју ограничавају крива $y = \sqrt{\frac{x-3}{x+3}}$, и праве $y = 0$, $x = -9$ и $x = -3$.

3. Израчунати: $\iint_D \frac{1}{\sqrt{4x^2-y^2}} \cdot e^{\sqrt{2x+y}} dx dy$, где је D паралелограм ограничен правима:

$$2x - y - 1 = 0, \quad 2x - y - 9 = 0, \quad 2x + y - 1 = 0, \quad 2x + y - 4 = 0.$$

Презиме и име : _____ , број индекса : _____

1. Израчунати: $\int (x-2) \cdot \frac{\sin 2x}{\cos^4 x} dx$.

2. Фигура коју ограничавају крива $y = \sqrt{\frac{13x+3}{(x-3)(x^2-9)}}$ и праве $x = 4$, $y = 0$ ротира око x -осе ($x \geq 4$). Израчунати запремину насталог тела.

3. Израчунати: $\iint_D \frac{\ln \sqrt{x^2+y^2}}{x^2+y^2} dx dy$, где је $D = \{(x,y) | 4 \leq x^2+y^2 \leq 9, x \leq y \leq \sqrt{3}x\}$.

Презиме и име : _____ , број индекса : _____

1. Израчунати: $\int (x-1) \cdot \frac{1-\cos 2x}{2\cos^2 x} dx$.

2. Израчунати површину фигуре коју ограничавају крива $y = \sqrt{\frac{x+2}{x-2}}$, и праве $y = 0$, $x = 2$ и $x = 6$.

3. Израчунати: $\iint_D (3x+y) \cdot e^{4x} dx dy$, где је D паралелограм ограничен правима:

$$y = -3x - 1, \quad y = -3x + 1, \quad y = x - 3, \quad y = x - 1.$$

Презиме и име : _____ , број индекса : _____

1. Израчунати: $\int (x-3) \cdot \frac{\cos 2x - 1}{\sin^4 x} dx$.

2. Фигура коју ограничавају крива $y = \sqrt{\frac{16x+6}{(x+2)(x^2+9)}}$ и праве $x = -3$, $y = 0$ ротира око x -осе ($x \leq -3$). Израчунати запремину насталог тела.

3. Израчунати: $\iint_D e^{\sqrt{x^2+2x+y^2+1}} dx dy$, где је $D = \{(x,y) | 1 \leq (x+1)^2 + y^2 \leq 4, x \geq -1, y \geq 0\}$.

Презиме и име : _____ , број индекса : _____

1. Израчунати: $\int (x+2) \cdot \frac{1 + \cos 2x}{\sin^2 x} dx$.

2. Израчунати површину фигуре коју ограничавају крива $y = \sqrt{\frac{x+4}{x-4}}$, и праве $y = 0$, $x = 4$ и $x = 12$.

3. Израчунати: $\iint_D \frac{x^2 - 2xy + y^2}{x + 2y} \ln(x + 2y) dx dy$, где је D паралелограм ограничен правама:

$$-x + y - 1 = 0, \quad -x + y + 2 = 0, \quad x + 2y - e = 0, \quad x + 2y - e^2 = 0.$$

Презиме и име _____

број индекса _____

1. а) (25 поена) Израчунати интеграл

$$\int \frac{\sqrt{x}}{(1+x)^2} dx.$$

- б) (10 поена) Испитати конвергенцију интеграла

$$\int_1^{\infty} \frac{\sqrt{x}}{(1+x)^2} dx.$$

2. (30 поена) Израчунати запремину ротационог тела насталог ротацијом фигуре ограничене кривама

$$y = \frac{1}{\sqrt{2 + \cos x}}, \quad y = 0, \quad x = 0, \quad x = \frac{2\pi}{3}$$

око x -осе.

3. (35 поена) Израчунати

$$\iint_D \frac{\ln(x^2 - 2xy + y^2 + 1)}{2x + 3y + 2} dx dy,$$

где је $D = \{(x, y) : y \leq x \leq y + 1, 0 \leq 2x + 3y \leq 2\}$.

НАПОМЕНА: Колоквијум траје 2 сата. Током колоквијума није дозвољено напуштање учионице. Забрањен је разговор међу студентима као и употреба калкулатора, мобилних телефона и осталих средстава за комуникацију.

Презиме и име _____

број индекса _____

1. а) (25 поена) Израчунати интеграл

$$\int \frac{1}{x^3} \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right) dx.$$

б) (10 поена) Испитати конвергенцију интеграла

$$\int_1^{\infty} \frac{1}{x^3} \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right) dx.$$

2. (30 поена) Израчунати дужину лука криве задате параметарски

$$x(t) = \ln(1 + t^2), \quad y(t) = 2 \operatorname{arctg} t - 2t + 7, \quad 0 \leq t \leq \frac{\pi}{3}.$$

3. (35 поена) Израчунати

$$\iint_D (x^2 + y^3) dx dy,$$

где је $D = \{(x, y) : \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} \leq 1, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0\}$.

НАПОМЕНА: Колоквијум траје 2 сата. Током колоквијума није дозвољено напуштање учионице. Забрањен је разговор међу студентима као и употреба калкулатора, мобилних телефона и осталих средстава за комуникацију.

Презиме и име _____

број индекса _____

1. а) (25 поена) Израчунати интеграл

$$\int \frac{1}{\sqrt{x}(x-1)^2} dx.$$

б) (10 поена) Испитати конвергенцију интеграла

$$\int_4^{\infty} \frac{1}{\sqrt{x}(x-1)^2} dx.$$

2. (30 поена) Израчунати запремину ротационог тела насталог ротацијом фигуре ограничене кривама

$$y = \frac{1}{\sqrt{2 - \cos^2 x}}, \quad y = 0, \quad x = 0, \quad x = \frac{\pi}{4}$$

око x -осе.

3. (35 поена) Израчунати

$$\iint_D (3x + 5y)^2 e^{\sqrt{x-y}} dx dy,$$

где је $D = \{(x, y) : x - 9 \leq y \leq x - 3, -\frac{3}{5}x \leq y \leq -\frac{3}{5}x + \frac{2}{5}\}$.

НАПОМЕНА: Колоквијум траје 2 сата. Током колоквијума није дозвољено напуштање учионице. Забрањен је разговор међу студентима као и употреба калкулатора, мобилних телефона и осталих средстава за комуникацију.

Презиме и име _____

број индекса _____

1. а) (25 поена) Израчунати интеграл

$$\int \frac{1}{(x-2)^2} \operatorname{arctg} x \, dx.$$

- б) (10 поена) Испитати конвергенцију интеграла

$$\int_3^{\infty} \frac{1}{(x-2)^2} \operatorname{arctg} x \, dx.$$

2. (30 поена) Израчунати површину површи настале ротацијом криве

$$y = \cos x, \quad 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$$

око x -осе.

3. (35 поена) Израчунати

$$\iint_D x e^{\sqrt{x^2+y^2}} \, dx \, dy,$$

где је $D = \{(x, y) : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, \quad 0 \leq y \leq x\sqrt{3}\}$.

НАПОМЕНА: Колоквијум траје 2 сата. Током колоквијума није дозвољено напуштање учионице. Забрањен је разговор међу студентима као и употреба калкулатора, мобилних телефона и осталих средстава за комуникацију.

Презиме и име _____

број индекса _____

1. а) (25 поена) Израчунати интеграл

$$\int \frac{dx}{x^2(1+\sqrt{x})}.$$

- б) (10 поена) Испитати конвергенцију интеграла

$$\int_1^{\infty} \frac{dx}{x^2(1+\sqrt{x})}.$$

2. (30 поена) Израчунати површину површи настале ротацијом криве

$$y = \frac{1}{2} \sin 2x, \quad 0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}$$

око x -осе.

3. (35 поена) Израчунати

$$\iint_D (x^2 + y + 4) dx dy,$$

где је $D = \{(x, y) : (x-1)^2 + (y+4)^2 \leq 4, y \geq -4, x \geq 1\}$.

НАПОМЕНА: Колоквијум траје 2 сата. Првих сат времена није дозвољено напуштање учионице. Забрањен је разговор међу студентима као и употреба калкулатора, мобилних телефона и осталих средстава за комуникацију.

Презиме и име _____

број индекса _____

1. а) (25 поена) Израчунати интеграл

$$\int \frac{x}{(1+x^2)^2} \operatorname{arctg} x \, dx.$$

б) (10 поена) Испитати конвергенцију интеграла

$$\int_0^\infty \frac{x}{(1+x^2)^2} \operatorname{arctg} x \, dx.$$

2. (30 поена) Израчунати дужину лука криве

$$y = \ln \frac{e^x + 1}{e^x - 1}, \quad 2 \leq x \leq 4.$$

3. (35 поена) Израчунати

$$\iint_D \frac{x+2y}{x^2+4y^2+4xy+2} \operatorname{tg}(x-y) \, dx \, dy,$$

где је $D = \{(x, y) : 0 \leq x - y \leq \frac{\pi}{4}, 0 \leq x + 2y \leq 1\}$.

НАПОМЕНА: Колоквијум траје 2 сата. Првих сат времена није дозвољено напуштање учионице. Забрањен је разговор међу студентима као и употреба калкулатора, мобилних телефона и осталих средстава за комуникацију.

Презиме и име : _____, број индекса : _____

1. (7 поена) Израчунати: $\int \frac{2x-5}{(x^2-5x+7)^2} \ln x \, dx$.

2. (8 поена) Израчунати површину површи настале ротацијом криве $x = \frac{1}{4}y^2 - \frac{1}{2} \ln y$; $1 \leq y \leq e$, око Oy осе.

3. (8 поена) Израчунати:

$$\iint_D \frac{y^3}{x^2} \, dx \, dy,$$

где је $D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 9, -x\sqrt{3} \leq y \leq 0\}$.

Презиме и име : _____, број индекса : _____

1. (7 поена) Израчунати: $\int \frac{dx}{(2 + \cos x) \sin x}$.

2. (8 поена) Израчунати запремину тела насталог ротацијом фигуре ограничене кривом $y = x\sqrt{\arcsin x}$ и правама $y = 0$ и $x = 1$, око Ox осе.

3. (8 поена) Израчунати:

$$\iint_D (x-y)e^{x^2-2xy+y^2+2x+2y} \, dx \, dy,$$

где је D паралелограм ограничен правама: $x - y - \sqrt{2} = 0$, $x - y - 2 = 0$, $x + y = 0$, $x + y + 1 = 0$.

Презиме и име : _____, број индекса : _____

1. (7 поена) Израчунати: $\int \frac{2x+3}{(x^2+3x+4)^2} \ln x \, dx$.

2. (8 поена) Израчунати дужину лука криве: $y = \sqrt{x^2 - 16} - 4\sqrt{2} \ln(x + \sqrt{x^2 - 16})$, за $4 \leq x \leq 5$.

3. (8 поена) Израчунати:

$$\iint_D \frac{x^3}{y^2} \, dx \, dy,$$

где је $D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 3, 0 \leq x \leq y\sqrt{3}\}$.

Презиме и име : _____, број индекса : _____

1. (7 поена) Израчунати: $\int \frac{dx}{(2 - \sin x) \cos x}$.

2. (8 поена) Израчунати запремину тела насталог ротацијом фигуре ограничене кривом $y = \sqrt{x} \sin x$ и правама $y = 0$ и $x = \frac{\pi}{2}$; $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$, око Ox осе.

3. (8 поена) Израчунати:

$$\iint_D \frac{e^{\sqrt{x+y}-2x+y}}{\sqrt{x+y}} \, dx \, dy,$$

где је D паралелограм ограничен правама: $2x - y = 0, 2x - y + 1 = 0, x + y - 1 = 0, x + y - 4 = 0$.

Презиме и име : _____ , број индекса : _____

1. (7 поена) Израчунати: $\int \frac{\sin^2 x + 3}{\cos^3 x} dx$.

2. (8 поена) Израчунати запремину тела насталог ротацијом фигуре ограничене кривом $y = x\sqrt{3\ln \frac{1+x}{1-x}}$ и правама $y = 0$, $x = 0$ и $x = \frac{1}{2}$, око Ox осе.

3. (8 поена) Израчунати:

$$\iint_D \frac{3x+y}{1+(x-y)^2} \operatorname{arctg}(x-y) dx dy,$$

где је D паралелограм ограничен правама: $y = -3x + 1$, $y = -3x + \sqrt{3}$, $y = x$, $y = x - 1$.

Презиме и име : _____ , број индекса : _____

1. (7 поена) Израчунати: $\int \frac{5 \cos^2 x}{(4 - 5 \sin^2 x)} dx$.

2. (8 поена) Израчунати дужину лука криве дате у параметарском облику:

$$x(t) = (2t^2 - 1) \cos 2t - 2t \sin 2t, y(t) = (2t^2 - 1) \sin 2t + 2t \cos 2t - \frac{4}{3}t^3; 0 \leq t \leq \pi.$$

3. (8 поена) Израчунати:

$$\iint_D \frac{xy}{(x^2 + y^2)^2} \ln \sqrt{x^2 + y^2} dx dy,$$

где је $D = \{(x, y) : 1 \leq x^2 + y^2 \leq e^2, x \geq 0, y \geq 0\}$.

Презиме и име : _____ , број индекса : _____

1. (7 поена) Израчунати: $\int \frac{\sin^2 x + 3}{\cos^3 x} dx$.

2. (8 поена) Израчунати запремину тела насталог ротацијом фигуре ограничене кривом $y = x\sqrt{3\ln \frac{1+x}{1-x}}$ и правама $y = 0$, $x = 0$ и $x = \frac{1}{2}$, око Ox осе.

3. (8 поена) Израчунати:

$$\iint_D \frac{3x+y}{1+(x-y)^2} \operatorname{arctg}(x-y) dx dy,$$

где је D паралелограм ограничен правама: $y = -3x + 1$, $y = -3x + \sqrt{3}$, $y = x$, $y = x - 1$.

Презиме и име : _____ , број индекса : _____

1. (7 поена) Израчунати: $\int \frac{5 \cos^2 x}{(4 - 5 \sin^2 x)} dx$.

2. (8 поена) Израчунати дужину лука криве дате у параметарском облику:

$$x(t) = (2t^2 - 1) \cos 2t - 2t \sin 2t, y(t) = (2t^2 - 1) \sin 2t + 2t \cos 2t - \frac{4}{3}t^3; 0 \leq t \leq \pi.$$

3. (8 поена) Израчунати:

$$\iint_D \frac{xy}{(x^2 + y^2)^2} \ln \sqrt{x^2 + y^2} dx dy,$$

где је $D = \{(x, y) : 1 \leq x^2 + y^2 \leq e^2, x \geq 0, y \geq 0\}$.

Презиме и име : _____, број индекса : _____

1. (6 поена) Израчунати: $\int \frac{\ln(x^2 - x + 1)}{x^3} dx$.

2. (7 поена) Израчунати површину површи настале ротацијом криве $y = \frac{x^3}{3}$; $0 \leq x \leq \sqrt{3}$, око Ox осе.

3. (7 поена) Израчунати:

$$\iint_D (x+1)^2 e^{\sqrt{x^2+y^2+2x+1}} dx dy,$$

где је $D = \{(x, y) : (x+1)^2 + y^2 \leq 4, y \geq x \geq 0\}$.

Презиме и име : _____, број индекса : _____

1. (6 поена) Израчунати: $\int \frac{1 + \ln x}{x^2 \ln^2 x (1 + x \ln x + x^2 \ln^2 x)} dx$.

2. (7 поена) Израчунати запремину тела насталог ротацијом фигуре ограничене кривом $y = \frac{1}{\sin x + \cos x}$ и правама $y = 0$, $x = 0$ и $x = \frac{\pi}{4}$ око Ox осе.

3. (7 поена) Израчунати:

$$\iint_D e^{2x-3y} \arctg(2x+2y+1) dx dy,$$

где је $D = \{(x, y) : -\frac{1}{2} - y \leq x \leq -y, \frac{1+3y}{2} \leq x \leq \frac{3+3y}{2}\}$.

МАТЕМАТИКА 2

Други колоквијум (16.6.2014) - Група 3

1. Израчунати $\int \frac{6e^{2x} - 3e^x}{(1 - e^{-x})(e^{3x} - 1)} dx$.

2. Израчунати површину фигуре ограничене кривом $y = \frac{1}{(\cos x - \sin x)^2}$, правама $x = \frac{3\pi}{4}$, $x = \pi$ и Ox осом.

3. Израчунати $\iint_D \frac{y^2 \ln \sqrt{x^2 + y^2}}{\sqrt{x^2 + y^2}} dx dy$, где је $D \left\{ (x, y) : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 9, 0 \leq \frac{x}{2} \leq y \right\}$.

МАТЕМАТИКА 2

Други колоквијум (16.6.2014) - Група 4

1. Израчунати $\int \frac{\sqrt[3]{x} + 2}{\sqrt[3]{x}(\sqrt[3]{x} + 1)(x + 1)} dx$.

2. Израчунати дужину лука криве $x = t^2 \cos \frac{1}{t}$, $y = t^2 \sin \frac{1}{t}$ за $\frac{1}{2} \leq t \leq \sqrt{2}$.

3. Израчунати $\iiint_D e^{6x} \sin(5x + y) dx dy$, где је

$$D \left\{ (x, y) : x + 1 \leq y \leq x + 2, -5x \leq y \leq -5x + \frac{\pi}{2} \right\}.$$

Презиме и име : Đurđić Milena , број индекса : 128/13

1. (6 поена) Израчунати: $\int \frac{\sqrt[3]{x} + 2}{\sqrt[3]{x}(\sqrt[3]{x} + 1)(x + 1)} dx$.

2. (7 поена) Израчунати дужину лука криве дате у параметарском облику:

$$x = t^2 \cos \frac{1}{t}, y = t^2 \sin \frac{1}{t}, \frac{1}{2} \leq t \leq \sqrt{2}.$$

3. (7 поена) Израчунати:

$$\iint_D \frac{y^2 \ln \sqrt{x^2 + y^2}}{\sqrt{x^2 + y^2}} dx dy,$$

где је $D = \{(x, y) : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 9, x \geq 0, y \geq 0, \frac{x}{\sqrt{3}} \leq y\}$.

Име и презиме : _____, број индекса : _____

1. Одредити: $\int \frac{\sqrt{x-1}}{x^2-5x} dx$

2. Израчунати запремину тела које настаје ротацијом криве $y = \sqrt{x} \sin^2(x^2)$ око x -осе за $0 \leq x \leq \sqrt{\frac{\pi}{2}}$.

3. Израчунати:

$$\iint_D (x-y)^2 \ln(y + \sqrt{y^2+1}) dx dy,$$

где је D паралелограм ограничен правима: $y = x - \sqrt[3]{2}$, $y = x - 2$, $y = 0$, $y = \sqrt{8}$.

Име и презиме : _____, број индекса : _____

1. Одредити: $\int \frac{1}{x} \sqrt{\ln^2(\sqrt{x}) - 9} dx$

2. Израчунати дужину лука криве $y = \ln(1-x^2)$ за $0 \leq x \leq \frac{1}{2}$.

3. Израчунати:

$$\iint_D \left(\frac{y}{x}\right)^2 \cdot \frac{1}{x^2+y^2} dx dy,$$

где је $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 1 \leq x^2 + y^2 \leq e^2, x \leq y \leq \sqrt{3}x\}$.

Име и презиме : _____ , број индекса : _____

1. Одредити: $\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}(e^{2\sqrt{x}} - 2e^{\sqrt{x}} + 5)^2} dx$

2. Израчунати дужину лука криве $y = \frac{1}{3}\sqrt{x}(x-3)$ за $1 \leq x \leq 9$.

3. Израчунати:

$$\iint_D \sqrt{(x-2)^2 + (y+1)^2} \cdot e^{\sqrt{(x-2)^2 + (y+1)^2}} \cdot \operatorname{arctg} \frac{y+1}{x-2} dx dy,$$

где је $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 - 4x + 2y + 1 \leq 0, y \geq -1, x \geq 2\}$.

Име и презиме : _____ , број индекса : _____

1. Одредити: $\int \frac{x \ln \sqrt{x^2 + 1}}{(x^2 - 9)^2} dx$

2. Израчунати запремину тела које настаје ротацијом криве $y = \frac{1}{\cos^3 x}$ око x -осе за $0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}$.

3. Израчунати:

$$\iint_D (9x^2 + 4y^2)^{-\frac{1}{2}} \left(e^{\sqrt{9x^2 + 4y^2}} + e^{-\sqrt{9x^2 + 4y^2}} \right)^{-1} dx dy,$$

где је $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 9x^2 + 4y^2 \leq 36, x \geq 0, y \geq 0\}$.