

МАТЕМАТИКА 3

Задачи за писмених испита

1997 – 2016

Прикупио, сачувао и LaTeX-ирао

Драган Ђорић

ИСПИТНИ РОКОВИ

1. рок – Јануар, 1997.

1. Одредити решење диференцијалне једначине

$$y''' + 2y'' + y' = 2 \sin x$$

које задовољава услов: $y(0) = 1/2 - \pi/2$, $y(\pi/6) = 0$.

2. Решити систем диференцијалних једначина

$$x' = y - 5 \cos t$$

$$y' = 2x + y$$

3. Израчунати $\int_C \frac{z + 2i}{z^2(z^2 + 1)} dz$, ако је $C = \{z : |z - i/2| = 1\}$.

4. Применом *Laplace*-ове трансформације одредити решење једначине

$$y'' + 4y' + 4y = 16xe^{2x}$$

које задовољава услов: $y(0) = 1/2$, $y'(0) = -1$.

2. рок – Јануар, 1997.

5. Решити диференцијалну једначину

$$(y \ln x - y^2) dy + \left(\frac{y^2}{2x} + x^3 \right) dx = 0.$$

6. Решити систем диференцијалних једначина

$$x' = 2x - 3y$$

$$y' = x - 2y + 2 \sin t$$

7. Одредити екстремум функционала J ако је

$$J[y(x)] = \int_{x_0}^{x_1} (e^x (y'^2 + 2y^2) + e^{4x} y') dx.$$

8. Применом *Laplace*-ове трансформације одредити решење једначине

$$y'' + y = 4xe^x$$

које задовољава услов: $y(0) = -1$, $y'(0) = 1$.

3. рок – Фебруар, 1997.

9. Израчунати $\int_{C+} \frac{dz}{(z-1)^2(z^2+1)}$ ако је C контура која не саржи тачке 1 , i и $-i$.

10. Решити једначину

$$y'' + 9y = 18 \cos 3x - 30 \sin 3x.$$

11. Решити парцијалну једначину

$$(y+z)u'_x + (x+z)u'_y + (x+y)u'_z = u.$$

12. Применом Лапласове трансформације решити једначину

$$y(x) = \sin x + 2 \int_0^x \cos(x-t)y(t)dt.$$

4. рок – Фебруар, 1997.

13. Испитати екстремум функционала J ако је

$$J[y] = \int_0^{\pi/4} (y^2 - y'^2 + 6y \sin 2x) dx, \quad y(0) = 0, \quad y(\pi/4) = 1.$$

14. Решити једначину $(1-x^2)y'' - xy' = 2$.

15. Матричним методом решити систем

$$x' = x - y - z, \quad y' = x + y, \quad z' = 3x + z.$$

16. Применом *Laplace*-ове трансформације одредити решење једначине

$$y''' + y'' = \sin x$$

које задовољава услове $y(0) = y'(0) = 1$, $y''(0) = 0$.

5. рок – Април, 1997.

17. Одредити решење диференцијалне једначине

$$y''' + 2y'' + y' = x^2$$

које задовољава услов: $y(0) = 2$, $y'(0) = 6$, $y''(0) = -5$.

18. Решити систем диференцијалних једначина

$$x' = 2x + y + e^t$$

$$y' = 2x + 3y$$

19. Одредити аналитичку функцију $f : x + iy \mapsto u + iv$ ако је

$$u(x, y) = e^x(x \cos y - y \sin y) \quad \text{и} \quad f(0) = 0.$$

20. Применом *Laplace*-ове трансформације решити интегралну једначину

$$y(t) = t + \int_0^t \sin(t-x)y(x)dx.$$

6. рок – Април, 1997.

21. Одредити решење диференцијалне једначине

$$y''' + 2y'' + 2y' = x^2 e^{-x}$$

које задовољава услов: $y(0) = 2$, $y'(0) = -2$, $y''(0) = 0$.

22. Решити систем диференцијалних једначина

$$x' = x - 2y + e^{2t}$$

$$y' = x + 4y$$

23. Одредити аналитичку функцију $f : x + iy \mapsto u + iv$ ако је

$$v(x, y) = e^x(-x \cos y + y \sin y) \quad \text{и} \quad f(0) = 0.$$

24. Применом *Laplace*-ове трансформације решити интегралну једначину

$$y(t) = t^2 + \int_0^t e^{-(t-x)}y(x)dx.$$

7. рок – Јун, 1997.

25. Одредити *Cauchy*-јево решење диференцијалне једначине

$$xy' = y + \sqrt{y^2 + \frac{y^3}{x}}.$$

26. Применом *Laplace*-ове трансформације решити систем диференцијалних једначина

$$\begin{aligned}x' &= x - y + 8t, \\ y' &= 5x - y\end{aligned}, \quad x(0) = 3, \quad y(0) = 5.$$

27. Одредити партикуларно решење парцијалне диференцијалне једначине

$$x \frac{\partial z}{\partial x} + (y + x) \frac{\partial z}{\partial y} = z, \quad z(1, y) = y.$$

28. Одредити екстремале функционала J ако је

$$J[y(x)] = \int_{x_0}^{x_1} \frac{y'^4}{(x \sin x)^3} dx.$$

8. рок – Јун, 1997.

29. Одредити *Cauchy*-јево решење диференцијалне једначине

$$2y' - \frac{x}{y} = \frac{xy}{x^2 - 1}.$$

30. Применом *Laplace*-ове трансформације решити систем диференцијалних једначина

$$\begin{aligned}x' &= x - 2y \\ y' &= 5x - y + 9t\end{aligned}, \quad x(0) = 2, \quad y(0) = 1.$$

31. Одредити партикуларно решење парцијалне диференцијалне једначине

$$x^2 \frac{\partial z}{\partial x} + (y^2 + yx) \frac{\partial z}{\partial y} = z^2, \quad z(1, y) = \frac{1}{y}.$$

32. Одредити екстремале функционала J ако је

$$J[y(x)] = \int_{x_0}^{x_1} y' \left(1 + \frac{e^x}{x} y' \right) dx.$$

9. рок – Септембар, 1997.

33. Одредити опште решење диференцијалне једначине

$$(x + 4y)y' = 2x + 3y - 5.$$

34. Решити систем диференцијалних једначина

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\sin^2 x}{x + y + t} \quad \frac{dy}{dt} = \frac{\cos^2 x}{x + y + t}.$$

35. Израчунати $\int_C \frac{dz}{(z^2 + 1)^2(z - 1)}$, где је $C = \{z : |z - 1 - i| = \sqrt{2}\}$.

36. Применом *Laplace*-ове трансформације одредити решење једначине

$$y'' + 2y' + y = 13 \sin 2t,$$

које задовољава услов: $y(0) = y'(0) = -3$.

10. рок – Септембар, 1997.

37. Одредити опште решење диференцијалне једначине

$$(y + 2)dx = (2x + y - 4)dy.$$

38. Решити систем диференцијалних једначина

$$\frac{dx}{dt} = \frac{x - y + t}{\sin^2 t} \quad \frac{dy}{dt} = -ctg^2 t.$$

39. Израчунати $\int_C \frac{dz}{(z^2 + 1)^2(z + 1)}$, где је $C = \{z : |z + 1 + i| = \sqrt{2}\}$.

40. Применом *Laplace*-ове трансформације одредити решење једначине

$$y'' + 4y = 5te^{-t},$$

које задовољава услове $y(0) = 1$ и $y'(0) = 1$.

11. рок – Октобар, 1997.

41. Одредити партикуларно решење диференцијалне једначине

$$2x \left(1 + \sqrt{x^2 - y}\right) dx - \sqrt{x^2 - y} dy = 0,$$

ако је $y(0) = -1$.

42. Решити систем диференцијалних једначина

$$\frac{dx}{dt} = 3x + 2y + 4e^{5t} \quad \frac{dy}{dt} = x + 2y.$$

43. Одредити вредности променљиве z ($z = x + iy$) за које је функција

$$f(z) = \sqrt{e^y(x^2 - 2x)} + i \frac{2(x - 1)}{\sqrt{e^{-y}(x^2 - 2x)}}$$

(1) диференцијабилна

(2) аналитичка.

44. Применом *Laplace*-ове трансформације одредити решење једначине

$$y'' - 2y' - 3y = e^{4t},$$

које задовољава услове: $y(0) = 1$, $y'(0) = 2$.

12. рок – Јануар, 1998.

45. Одредити решење диференцијалне једначине

$$(\ln y + 3x^2y^2) dx = \left(2y(1 - x^3) - \frac{x}{y}\right) dy$$

које задовољава услов $y(1) = 1$.

46. Решити систем диференцијалних једначина

$$\begin{aligned}x' + y' &= x + y + \sin t \\x'' + y' &= 0\end{aligned}$$

47. Израчунати $\int_C \overline{(z+i)^3} dz$, ако је C дуж $z_1 z_2$, где је $z_1 = 1 + i$ а $z_2 = 2 + 2i$.

48. Применом *Laplace*-ове трансформације одредити решење система

$$\begin{aligned}y' - x &= 0 \\x'' + 4y' &= e^{2t}\end{aligned}$$

које задовољава услове: $x''(0) = -1$, $x'(0) = y'(0) = 0$.

13. рок – Јануар, 1998.

49. Одредити решење диференцијалне једначине

$$\left(\frac{x^2}{\cos^2 y} + 3y^2(1 - 2x)\right) dy = (2y^3 - 2x \tan y) dx$$

које задовољава услов $y(1) = 0$.

50. Решити систем диференцијалних једначина

$$\begin{aligned}y' - x &= 0 \\x'' + 4y' &= e^{2t}\end{aligned}$$

51. Одредити скуп тачака у којима је функција $f : z \mapsto \overline{(z+i)^3}$
(1) диференцијабилна (2) аналитичка.

52. Применом *Laplace*-ове трансформације одредити решење система

$$\begin{aligned}x' + y' &= x + y + \sin t \\x'' + y' &= 0\end{aligned}$$

које задовољава услове: $x''(0) = -1$, $x'(0) = y'(0) = 0$.

14. рок – Април, 1998.

53. Доказати да екстремале функционала J , где је

$$J[y(x)] = \int_{x_0}^{x_1} e^x y'(y' - 8x - 4y) dx,$$

задовољавају једначину $y'' + y' - 2y = 4(x + 1)$, а затим одредити све његове екстремале.

54. Решити систем диференцијалних једначина

$$x' = x - y + 2 \quad y' = 5x - y.$$

55. Одредити опште решење парцијалне једначине

$$xy^2 z'_x + x^2 y z'_y = (x^2 + y^2)z.$$

56. Применом *Laplace*-ове трансформације одредити решење једначине

$$\int_0^t (1 + t - u)y(u)du = \frac{1}{2}e^{-t} \sin t.$$

15. рок – Април, 1998.

57. Доказати да екстремале функционала J , где је

$$J[y(x)] = \int_{x_0}^{x_1} e^x y'(y' - 12y - 8e^{-2x}) dx,$$

задовољавају једначину $y'' + y' - 6y = -4e^{-2x}$, а затим одредити све његове екстремале.

58. Решити систем диференцијалних једначина

$$x' = -x - 5y \quad y' = 2x + y + 3.$$

59. Одредити опште решење парцијалне једначине

$$xz z'_x + yz z'_y + x^2 + y^2 = 0.$$

60. Применом *Laplace*-ове трансформације одредити решење једначине

$$\int_0^t y(t-u) \cos u du = \frac{1}{2} t e^t.$$

16. рок – Јун, 1998.

61. Одредити опште решење диференцијалне једначине

$$y' = \frac{2x + 3y - 5}{x - y}.$$

62. Решити систем диференцијалних једначина

$$\begin{aligned} x' &= 3x - 2y + e^{3t} \\ y' &= 2x - y \end{aligned}, \quad x(0) = 2, \quad y(0) = 1.$$

63. Одредити аналитичку функцију $f : x + iy \mapsto u + iv$ ако је $f(0) = i$ и

$$u(x, y) = -\sin y \cosh x.$$

64. Применом *Laplace*-ове трансформације одредити решење система

$$\begin{aligned} x' &= 3x - 2y + e^t \\ y' &= 4x - y \end{aligned}$$

које задовољава услове: $x(0) = 1, y(0) = 2$.

17. рок – Јун, 1998.

65. Одредити решење диференцијалне једначине

$$y' = -\frac{5x + 3y + 2}{x + y}.$$

66. Решити систем диференцијалних једначина

$$\begin{aligned} x' &= 3x - 2y + e^t \\ y' &= 4x - y \end{aligned}.$$

67. Одредити аналитичку функцију $f : x + iy \mapsto u + iv$ ако је $f(0) = i$ и

$$u(x, y) = e^x (x \cos y - (y + 1) \sin y).$$

68. Применом *Laplace*-ове трансформације одредити решење система

$$\begin{aligned}x' &= 3x - 2y + e^{3t} \\ y' &= 2x - y\end{aligned}$$

које задовољава услове: $x(0) = 2$, $y(0) = 1$.

18. рок – Септембар, 1998.

69. Одредити партикуларно решење диференцијалне једначине

$$y' + \frac{y}{x} = \frac{\cos x}{y}, \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 4.$$

70. Решити систем диференцијалних једначина

$$\begin{aligned}x' &= x - 2y + e^{-3t} \\ y' &= 2x - 3y\end{aligned}$$

71. Израчунати $\int_C \frac{e^{\pi z/2} dz}{z^4 + 4z^2}$, где је $C = \{z : |Re(z)| + |Im(z)| + 1 = 2\}$.

72. Применом *Laplace*-ове трансформације одредити решење једначине

$$y'' - 4y' + 5y = 5t + 1$$

које задовољава услове: $y(0) = y'(0) = 2$.

19. рок – Септембар, 1998.

73. Одредити партикуларно решење диференцијалне једначине

$$y' - y = y^2 \sin x, \quad y(0) = 6.$$

74. Решити систем диференцијалних једначина

$$\begin{aligned}x' &= x - 2y + e^{-t} \\ y' &= 4x - 3y\end{aligned}$$

75. Израчунати $\int_C \frac{e^{\pi z/2} dz}{z^2(z^2 - 2z + 2)}$, где је
 $C = \{z : |Re(z)| + |Im(z)| - 1 = 2\}$.

76. Применом *Laplace*-ове трансформације одредити решење једначине

$$y'' + 4y' + 4y = 5 \sin t$$

које задовољава услове: $y(0) = -1$, $y'(0) = 1$.

20. рок – Октобар, 1998.

77. Решити диференцијалну једначину

$$y' = \frac{e^y}{2y - xe^y}.$$

78. Применом *Laplace*-ове трансформације одредити решење система

$$\begin{aligned}x' &= x - y + 8t \\ y' &= 5x - y\end{aligned}$$

које задовољава услове: $x(0) = 3$ и $y(0) = 1$.

79. Одредити опште решење парцијалне једначине

$$zz'_x + (z^2 - x^2)z'_y + x = 0.$$

80. Дата је функција $f : z \mapsto z^2 \bar{z}$.

(1) Испитати диференцијабилност функције f .

(2) Испитати аналитичност функције f .

21. рок – Јануар, 1999.

81. Одредити опште решење диференцијалне једначине

$$y' = \frac{x(a - x^2 - y^2)}{y(a + x^2 + y^2)}, \quad a \in \mathbb{R}.$$

82. Решити систем диференцијалних једначина

$$\begin{aligned}x' &= x^2 y - tx \\ y' &= xy^2 + ty\end{aligned}$$

83. Израчунати $\int_C \frac{\sin z dz}{z(z^2 + 1)}$ ако је

$$(a) \ C = \{z : |z| = 1/2\},$$

$$(b) C = \{x + iy : 4x^2 + 4y^2 + 16y + 7 = 0\}.$$

84. Применом *Laplace*-ове трансформације одредити решење система

$$x' = y - x + te^{-t}, \quad y' = -x - 3y, \quad x(0) = -3, \quad y(0) = 5.$$

22. рок – Јануар, 1999.

85. Решити диференцијалну једначину

$$(xy' - y) \cos^2 \frac{y}{x} + x = 0.$$

86. Ако су $u(x, y) = a(x) \sin y$ и $v(x, y) = b(y) \cos x$ реални и имагинарни део диференцијабилне функције $f : x + iy \mapsto u + iv$, доказати да функције a и b задовољавају релацију

$$a^2(x) + a'^2(x) = b^2(y) + b'^2(y).$$

87. Одредити опште решење парцијалне једначине

$$2xzz'_x + 2yzz'_y = z^2 - x^2 - y^2.$$

88. Применом *Laplace*-ове трансформације одредити решење једначине

$$x'' - 2x' + x = e^{-t} \sin t + 4e^t, \quad x(0) = 0, \quad x'(0) = -1.$$

23. рок – Јануар, 1999.

89. Одредити опште решење диференцијалне једначине

$$y' = \frac{2xy + 1}{y - x^2}.$$

90. Решити систем диференцијалних једначина

$$\frac{dx}{y(x+y)} = -\frac{dy}{x(x+y)} = \frac{dz}{(x-y)(2x+2y+z)}.$$

91. Одредити аналитичку функцију $f : x + iy \mapsto u + iv$ ако је

$$v(x, y) = \frac{x + y}{x^2 + y^2}.$$

92. Применом *Laplace*-ове трансформације одредити решење једначине

$$y^{iv} + 2y'' + y = \sin t$$

које задовољава услове: $y(0) = y'(0) = y''(0) = y'''(0) = 0$.

24. рок – Јануар, 1999.

93. Одредити екстремале функционала J ако је

$$J[y] = \int_a^b (y^2 - y'^2 - 2ych(x))dx.$$

94. Решити једначину

$$z = xy^2 + 2xz'_x + yz'_y.$$

95. Израчунати $\int_C \frac{e^{az} dz}{z^2(z^2 + 2z + 2)}$ где је $C = \{z : |z - i| = \sqrt{2} + \sqrt{3}\}$ и $a \in \mathbb{R}$.

96. Матричном методом решити систем

$$x'' + 6y = 6x, \quad x' + 2y' = 2e^t.$$

25. рок – Мај, 1999.

97. Решити диференцијалну једначину

$$(2x + y)dy = ydx + 4 \ln y dy.$$

98. Решити систем диференцијалних једначина

$$x' = 2x + 2z - y$$

$$y' = x + 2z$$

$$z' = y - 2x - z.$$

99. Одредити инверзну *Laplace*-ову трансформацију функције

$$F : s \mapsto \frac{3s^2}{(s^2 + 4)^2}.$$

26. рок – Мај, 1999.

100. Решити диференцијалну једначину

$$(x + e^{x/y}) dx + \left(1 - \frac{x}{y}\right) e^{x/y} dy = 0.$$

101. Матричном методом решити систем диференцијалних једначина

$$\begin{aligned}x' &= 4x - y - z \\y' &= x + 2y - z \\z' &= x - y + 2z.\end{aligned}$$

102. Применом *Laplace*-ове трансформације одредити партикуларно решење једначине

$$y'' + y' - 2y = e^{-t}$$

које задовољава услове $y(0) = 0$ и $y'(0) = 1$.

27. рок – Мај, 1999.

103. Решити диференцијалну једначину

$$xy' - y = \sqrt{4x^2 - y^2}.$$

104. Матричном методом решити систем диференцијалних једначина

$$x' = -x + y + z, \quad y' = x - y + z, \quad z' = x + y + z.$$

105. Применом *Laplace*-ове трансформације одредити опште решење једначине

$$y''' + y'' = \sin x, \quad y(0) = y'(0) = 1, \quad y''(0) = 0.$$

28. рок – Мај, 1999.

106. Решити диференцијалну једначину

$$\frac{x}{x^2 + y^2} dy = \left(\frac{y}{x^2 + y^2} - 1 \right) dx.$$

107. Решити систем диференцијалних једначина

$$\begin{aligned}x' &= x + z - y \\y' &= x + y - z \\z' &= 2z - y.\end{aligned}$$

108. Применом *Laplace*-ове трансформације одредити опште решење једначине

$$y^{IV} + y''' = \cos x.$$

29. рок – Мај, 1999.

109. Решити диференцијалну једначину

$$2\sqrt{x}y' = \frac{y}{y \ln y + \sqrt{x}}.$$

110. Решити систем диференцијалних једначина

$$\begin{aligned}x' &= 3x - y + z \\y' &= x + y + z \\z' &= 4x - y + 4z.\end{aligned}$$

111. Одредити инверзну *Laplace*-ову трансформацију функције

$$F : s \mapsto \frac{s^2}{(s^2 + 1)^3}.$$

30. рок – Јун, 1999.

112. Одредити опште решење диференцијалне једначине

$$y''' - 3y' - 2y = \sin x + \cos x.$$

113. Решити систем диференцијалних једначина

$$\begin{aligned}x' &= x - z \\y' &= -6x + 2y + 6z \\z' &= 4x - y - 4z\end{aligned}$$

114. Одредити опште решење парцијалне једначине

$$(1998 + \sqrt{z - x - y})z'_x + z'_y = 1999.$$

115. (1) Одредити *Laplace*-ову трансформацију функције

$$y : t \mapsto \int_0^t (x^5 e^{4x} + e^{-3x} \sin 2x) dx.$$

(2) Применом *Laplace*-ове трансформације одредити решење једначине

$$\int_0^t y(x) \sin(t-x) dx = \sin^2 t.$$

31. рок – Јун, 1999.

116. Решити диференцијалну једначину

$$(1 - x^2 \sin y) xy' = 2.$$

117. Матричном методом одредити партикуларно решење система

$$x' - x + 2y + z = 0$$

$$y' - y + x - z = 0$$

$$z' - x + z = 0$$

које задовољава услов: $x(0) = 4$, $y(0) = -1$, $z(0) = 0$.

118. Одредити опште решење парцијалне једначине

$$(zx - y^2)z'_x + 2yz'_y = 0.$$

119. Применом *Laplace*-ове трансформације одредити партикуларно решење једначине

$$y'' + 4y = \sin 2t$$

које задовољава услов: $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$.

32. рок – Септембар, 1999.

120. Решити диференцијалну једначину

$$(2x - y + 4)dy + (x - 2y + 5)dx = 0.$$

121. Матричним методом одредити партикуларно решење система

$$\begin{aligned}x' &= 2x - y + 2z \\y' &= 2z + x \\z' &= y - 2x - z\end{aligned}$$

које задовољава услове: $x(0) = y(0) = 0$, $z(0) = 2$.

122. Испитати диференцијабилност и аналитичност функције

$$f : z \mapsto (z - 1)Re(z + 1).$$

123. Применом *Laplace*-ове трансформације одредити опште решење једначине

$$y''' - y'' = xe^x.$$

33. рок – Септембар, 1999.

124. Решити диференцијалну једначину

$$2y' = y(1 - y^2 \sin x).$$

125. Матричним методом одредити опште решење система

$$\begin{aligned}x' &= x - 3y + 4z \\y' &= 4x - 7y + 8z \\z' &= 6x - 7y + 7z\end{aligned}$$

126. Израчунати $\int_C \frac{\bar{z}}{z} dz$, где је C граница области

$$D = \{z \mid 1 < |z| < 2, Re(z) > 0\}.$$

127. Решити једначину

$$y'' + y' + y = x^2 \cos x.$$

34. рок – Октобар, 1999.

128. Решити диференцијалну једначину

$$x(1+x^2)y' = 2x + y(x^2 - 1).$$

129. Матричним методом решити систем

$$\begin{aligned}u' &= 8u - v - 5w \\v' &= -2u + 3v + w \\w' &= 4u - v - w\end{aligned}$$

130. Решити једначину

$$y'' - y' = \frac{1}{e^x + 1}.$$

131. Израчунати $\int_C \frac{e^z dz}{(z^2 + \pi^2)^2}$ где је $C = \{z : |z| = \sqrt{\pi^2 + 2\pi}\}$.

35. рок – Новембар, 1999.

132. Решити једначину

$$(2x - y + 1)dy = (x + 3y - 4)dx.$$

133. Матричним методом решити систем

$$u' = 2u + v, \quad v' = u + 3v - w, \quad w' = -u + 2v + 3w.$$

134. Применом Лапласове трансформације решити једначину

$$y'' - 3y' + 2y = 4e^{2t}.$$

135. Израчунати $\int_{C^+} \frac{e^z - 1}{z(z^2 + 9)} dz$ ако је $\{z \mid |z + 2 + 2i| = \pi\}$.

36. рок – Јануар, 2000.

136. Одредити опште решење диференцијалне једначине

$$y^2 dx + x \left(\sqrt{y^2 - x^2} - y \right) dy = 0.$$

137. Решити систем диференцијалних једначина

$$\frac{dy}{dx} = 1 - \frac{1}{z}, \quad \frac{dz}{dx} = \frac{1}{y - x}.$$

138. Израчунати $\int_C \frac{e^{2z} dz}{z^2(z^2 + 2z + 2)}$ ако је C контура која не садржи тачке 0 , $-1 + i$ и $-1 - i$.

139. Применом *Laplace*-ове трансформације одредити решење система

$$x' = x - y + 2 \sin t, \quad y' = 2x - y.$$

37. рок – Јануар, 2000.

140. Решити диференцијалну једначину

$$\frac{2}{y} dx = (\ln y + 2x - 1) \frac{dy}{y^2}.$$

141. Решити једначину

$$(y + z + u)u'_x + (z + u + x)u'_y + (u + x + y)u'_z = x + y + z.$$

142. Израчунати $\int_C \frac{dz}{z^3(z^2 + 4)}$ ако је C контура која не садржи тачке 0 , $2i$ и $-2i$.

143. Применом *Laplace*-ове трансформације одредити решење система

$$x' = y - 2z - x, \quad y' = 4x + y, \quad z' = 2x + y - z.$$

38. рок – Април, 2000.

144. Одредити опште решење диференцијалне једначине

$$x dy - y dx = \frac{x^2 dx}{\operatorname{ch} x}.$$

145. Решити једначину

$$xz z'_x + z z'_y = y - x^2.$$

146. Израчунати

$$\int_{C^+} \frac{(1-z^2)^2 dz}{z(az^2 - (a^2+1)z + a)}$$

ако је $a \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 0, 1\}$, а $C = \{z : |z| = 1\}$.

147. Применом *Laplace*-ове трансформације одредити решење система

$$x'' + 6y = 6x, \quad x' + 2y' = e^t$$

које задовољава услове $x(0) = y(0) = 0$ и $x'(0) = 1$.

39. рок – Април, 2000.

148. Решити диференцијалну једначину

$$(y' - 1)x^4 = (x^3 + y^3)y + 2x^2y^2.$$

149. Решити једначину

$$(x + y^2 + z^2)z'_x + yz'_y = z.$$

150. Израчунати $\int_{C^+} \frac{dz}{(z^2 + zi)^n}$ ако је $n \in \mathbb{N}$, а $C = \{z : |2z - i| = 2\}$.

151. Применом *Laplace*-ове трансформације решити једначину

$$y(t) + 4 \int_0^t e^{x-t}(t-x)^2 y(x) dx = e^{-3t}.$$

40. рок – Јуни, 2000.

152. Решити диференцијалну једначину

$$y' \sin x + 2 \left(y \cos \frac{x}{2} \right)^2 = y.$$

153. Решити систем

$$\begin{aligned} u' &= 4u - 5v + 7w \\ v' &= u - 4v + 9w \\ w' &= -4u + 5w \end{aligned}$$

154. Израчунати $\int_{C^+} Re(z) dz$ ако је C граница области D , где је

$$D = \{x + iy : x^2 + y^2 < 2x, x^2 + y^2 < 2y\}.$$

155. Применом *Laplace*-ове трансформације решити једначину

$$y'(t) + \int_0^t (y'''(x) + y(x))e^{x-t} dx = \sin t$$

ако је $y(0) = y'(0) = y''(0) = 0$.

41. рок – Јуни, 2000.

156. Решити диференцијалну једначину

$$\sin x + 2x' \left(y \cos \frac{x}{2} \right)^2 = yx'.$$

157. Решити систем

$$u' = u - 3v + 4w$$

$$v' = 4u - 7v + 8w$$

$$w' = 6u - 7v + 7w$$

158. Израчунати $\int_{C^+} \operatorname{Im}(z) dz$ ако је C граница области D , где је

$$D = \{x + iy : x^2 + y^2 + 2x < 0, x^2 + y^2 < 2y\}.$$

159. Применом *Laplace*-ове трансформације решити једначину

$$y(t) + \int_0^t (y^{iv}(x) + y''(x) - 2y(x)) \sin(x-t) dx = sht$$

ако је $y(0) = y'(0) = y''(0) = y''' = 0$.

42. рок – Септембар, 2000.

160. Решити диференцијалну једначину

$$yy' = \frac{1 + x\sqrt{x^2 + y^2}}{1 - \sqrt{x^2 + y^2}}.$$

161. Решити систем

$$6u' = u + 7v - 5w$$

$$2v' = -u - v + w$$

$$3w' = u - 2v + w$$

162. Израчунати $\int_{C^+} |z| dz$ ако је C граница области ограничене линијама

$$y = \sqrt{3}x, \quad y = -\sqrt{3}x, \quad x^2 + y^2 = 1 \quad (x > 0).$$

163. Применом *Laplace*-ове трансформације решити једначину

$$y'' + 2y' + 5y = \sin 3t, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = -1.$$

43. рок – Септембар, 2000.

164. Одредити решење диференцијалне једначине

$$\frac{y' - 1}{y' + 1} = \frac{y}{x}$$

за које важи: $y(x) \rightarrow 1$ ($x \rightarrow 0_+$).

165. Решити једначину

$$(y + xz)z'_x + (x + yz)z'_y + 1 = z^2.$$

166. Ако је f аналитичка функција за коју важи

$$f(x + iy) = \alpha(x) + i\beta(y),$$

где су α и β реалне функције, доказати да је

$$f(z) = az + c, \quad a \in R, \quad c \in C.$$

167. Применом *Laplace*-ове трансформације решити једначину

$$y'' - 5y' + 6y = 2 \cos t, \quad y(0) = 3, \quad y'(0) = 4.$$

44. рок – Октобар, 2000.

168. Решити диференцијалну једначину

$$xyy'' + xy'^2 = 3yy'.$$

169. (1) Испитати да ли је $e^{-t} \tan \frac{x+y}{2} = C$ први интеграл система

$$x' = \sin x \cos y, \quad y' = \cos x \sin y.$$

(2) Решити једначину

$$(2z - 3y)u'_x + (3x - z)u'_y + (y - 2x)u'_z = 0.$$

170. Решити једначину

$$y''' + y' = \sin x + \frac{1}{\sin x}.$$

171. Применом *Laplace*-ове трансформације решити систем

$$x' = -x + y + z, \quad y' = x - y + z, \quad z' = x + y - z$$

за $x(0) = y(0) = z(0) = 1$.

45. рок – Октобар, 2000.

172. Решити једначину

$$2yy'' = 3y'^2 + 4y^2.$$

173. (1) Испитати да ли је $t^2 + \frac{1}{x+y} = C$ први интеграл система

$$x' = 2t(x^2 + y^2), \quad y' = 4xyt.$$

(2) Решити једначину

$$(x + y - xy^2)u'_x + (x^2y - x - y)u'_y = y^2 - x^2.$$

174. Решити једначину

$$y''' - y'' + y' - y = \cos x + 2e^x.$$

175. Ако је $f : z \rightarrow u + iv$ аналитичка функција, израчунати угао између градијената функција u и v .

46. рок – Јануар, 2001.

176. Решити диференцијалну једначину $x^2yy' = 2x^3 - y^3$.

177. Одредити екстремале функционала J ако је

$$J[y] = \int_a^b (xy' + 12yy' - y'^2) e^x dx.$$

178. Израчунати $\int_{C^+} \frac{\ln(z+a)}{z^2+a^2}$, ако је $a \in R$, $1 < a < 2$, а C је граница правоугаоника чија су темена тачке $-1 - 2i$, $1 - 2i$, $1 + 2i$ и $-1 + 2i$.

179. (1) Одредити $L^{-1}[F]$ ако је $F(s) = \frac{s}{(s^2 - 1)^2}$.

(2) Решити једначину

$$y'(t) + \int_0^t y(x) dx = h(t-1),$$

ако је $y(0) = 1$ и ако је h јединична одскачна функција.

47. рок – Јануар, 2001.

180. Решити једначину $yy' = \sqrt{x^2 + y^2} - x$.

181. Одредити екстремале функционала J ако је

$$J[y] = \int_a^b e^{yy'^2} dx.$$

182. Израчунати $\int_{C^+} (Re(z) + Im(z)) dz$ ако је $C = \{z \mid |z| = 1\}$.

183. (1) Одредити $L[f]$ ако је $f(t) = at$ за $0 \leq t \leq T$ ($a \in R$) и $f(t) = 0$ за $t > T$.

(2) Одредити $L^{-1}[F]$ ако је $F(s) = \frac{e^{-2s}}{s(s^2 + 1)^2}$.

48. рок – Април, 2001.

184. Решити диференцијалну једначину

$$xy' + x \cos \frac{y}{x} - y + x = 0.$$

185. Одредити решење једначине $2xzz'_x + 2yzz'_y = z^2 - x^2 - y^2$ за које важи

$$x + y + z = 0, \quad x^2 + y^2 + z^2 = a^2 \quad (a \in R, a \neq 0).$$

186. Израчунати $\int_{C^+} \frac{e^z}{chz} dz$, где је $C = \{x + iy : |x| + |y| = 2\}$.

187. Применом Лапласове трансформације решити једначину

$$y'' + 1 = f(t), \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0,$$

где је $f(t) = \frac{|\sin t|}{\sin t}$ за $t \in (0, 2\pi)$ и $f(t) = 0$ за $t \geq 2\pi$.

49. рок – Април, 2001.

188. Решити једначину $(1 - x^2)y'' = xy' + 2$.

189. Одредити решење једначине

$$(z^2 + y^2 - x^2)z'_x - 2xyz'_y + 2xz = 0$$

за које је $z(x, x) = 1$.

190. Израчунати $\int_{C^+} \frac{\cot z dz}{4z - \pi}$, где је $C = \{z \mid |z| = 1\}$.

191. Применом Лапласове трансформације решити једначину

$$y'' + 2y' + y = f(t), \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = -1,$$

где је $f(t) = 0$ за $t < 1$ и $f(t) = e^{1-t}$ за $t \geq 1$.

50. рок – Јун, 2001.

192. Решити диференцијалну једначину

$$(\sqrt{x+y} + \sqrt{x-y}) dx + (\sqrt{x-y} - \sqrt{x+y}) dy = 0.$$

193. Решити диференцијалну парцијалну једначину

$$x(y^2 - z^2)z'_x - y(x^2 + z^2)z'_y = (x^2 + y^2)z.$$

194. Одредити функцију $f : z \rightarrow u + iv$ ($z = x + iy$) која је за $z \neq i$ аналитичка и за коју је $v(x, y) = x(1 + x^2 + y^2 - 2y)^{-1}$.

195. Применом Лапласове трансформације решити систем

$$x' = 2y + f(t), \quad y' = 2x + g(t), \quad x(0) = y(0) = 0,$$

ако је $f(t) = \begin{cases} 2, & 0 \leq t \leq 1 \\ 0, & t > 1 \end{cases}$ и $g(t) = \begin{cases} 0, & 0 \leq t \leq 1 \\ 2, & t > 1 \end{cases}$.

51. рок – Јун, 2001.

196. Одредити решење једначине $yy'' = y'^2 + y^4$ за које је $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$.

197. Решити диференцијалну парцијалну једначину

$$(x^2 + z^2)z'_x + (x + z)z'_y = 2xz.$$

198. Израчунати $\int_{C^+} \frac{e^{2z} dz}{1 + e^z}$ где је $C = \{z : |z| = 5\}$.

199. Применом Лапласове трансформације одредити решење система

$$x'' = y + z - x, \quad y'' = x + z - y, \quad z'' = x + y - z$$

за које је $x(0) = 1$ и $y(0) = z(0) = x'(0) = y'(0) = z'(0) = 0$.

52. рок – Септембар, 2001.

200. Решити диференцијалну једначину $xy'' = y' \ln \frac{y'}{x}$.

201. Решити систем $\frac{dx}{x(y^2 - z^2)} = \frac{dy}{y(z^2 - x^2)} = \frac{dz}{z(x^2 - y^2)}$.

202. Одредити вредности реалних константи a и b тако да функција

$$f : x + iy \mapsto (a \cos x + ib \sin x) \operatorname{sh} y + e^{ix} \operatorname{ch} y$$

буде аналитичка у целој комплексној равни, а затим за добијене вредности a и b изразити $f(z)$ у функцији од z ($z = x + iy$).

203. Применом Лапласове трансформације одредити решење једначине

$$y''' + 2y' = \cos^2 t$$

за које је $y''(0) = y'(0) = y(0) = 0$.

53. рок – Септембар, 2001.

204. Решити једначину $y' = \sin(x - y)$.

205. Решити систем $\frac{dx}{x + y^2 + z^2} = \frac{dy}{y} = \frac{dz}{z}$.

206. Применом Лапласове трансформације одредити решење једначине

$$y'' + 2y' + y = \int_0^t u(t - x) \cos x dx$$

за које је $y(0) = y'(0) = 0$ ако је u јединична одскочна функција.

207. Одредити екстремале функционала J ако је

$$J[y] = \int_0^1 (y'^2 + y^2 + 2ye^{-x}) dx, \quad y(0) = 1, \quad y(1) = 0.$$

54. рок – Октобар, 2001.

208. Решити диференцијалну једначину $(x^2 - 1)y' = y(y - x)$.

209. Решити систем $\frac{dx}{x^2 + y^2} = \frac{dy}{2xy} = \frac{dz}{z(x + y)^3}$.

210. Израчунати $\int_{C^+} \frac{z^2 - 1}{z^2 + 2az + 1} dz$ ако је $C = \{z \mid |z/a| = 2, a \in R, |a| > 1\}$.

211. Применом Лапласове трансформације решити систем

$$x' = 3x + z, \quad y' = 2x + y, \quad z' = -x + y + z$$

за $x(0) = 1, y(0) = z(0) = 0$.

55. рок – Октобар, 2001.

212. Решити једначину $y'' = y'^3 + y'$.

213. Израчунати $\int_{C^+} \frac{z^2 f(z)}{(z^2 - 4)^2} dz$ ако је $f(z) = u + iv$, $u = 2 - x$, $f(2) = 0$ и ако је $C = \{z \mid |z| = \pi\}$.

214. Решити једначину

$$y'' - 5y' + 6y = f(t)$$

ако је $f(t) = 1$ за $t \in (0, 2]$ и $f(t) = 0$ за $t > 2$.

215. Матричном методом решити систем

$$x' = x - y + z, \quad y' = x + 3y, \quad z' = 2y + z.$$

56. рок – Децембар, 2001.

216. Решити диференцијалну једначину $xy'' = y' + x \sin \frac{y'}{x}$.

217. Матричном методом решити систем

$$x' = x - y + \frac{1}{\cos t}, \quad y' = 2x - y + \frac{1}{\sin t}.$$

218. Решити једначину $(x - y)z'_x + (x - z)z'_y = z - y$.

219. Одредити $L^{-1}[F]$ ако је $F(s) = \frac{1}{s^3 - 125}$.

57. рок – Децембар, 2001.

220. Решити једначину $y''^2 = y'^2 + 1$.

221. Свођењем на једначину вишег реда решити систем

$$x' = -4x - 2y + \frac{2}{e^t - 1}, \quad y' = 6x + 3y - \frac{3}{e^t - 1}.$$

222. Решити једначину $xz'_x + yz'_y = z + \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$.

223. Применом Лапласове трансформације решити једначину

$$3y'' - y = \frac{1}{2}t^2 \sin t, \quad y(0) = y'(0).$$

58. рок – Јануар, 2002.

224. Дата је диференцијална једначина

$$(xy' - y)^2 = (x^2 - y^2) \arcsin^2 \frac{y}{x}.$$

(1) Решити дату једначину.

(2) Одредити колико дата једначина има решења за која је $y(\pi/2) = \pi/2$.

225. Одредити екстремале функционала J ако је

$$J[y] = \int_a^b y \sqrt{1 - y'^2} dx.$$

226. Израчунати $\int_{C^-} \frac{\cot z}{z^2}$, ако је $C = \{z \mid |z| = 1\}$.

227. Применом Лапласове трансформације решити систем

$$x' + y = f(t), \quad y' + x = g(t), \quad x(0) = y(0) = 0,$$

ако је $f(t) = 1$ за $t \in [0, 2]$ и $f(t) = 0$ за $t > 2$, а $g(t) = \int_0^t \operatorname{sh}(t-x) dx$.

59. рок – Јануар, 2002.

228. Дата је диференцијална једначина $(x^2y + y + 1)dx + (x + x^3)dy = 0$.

(1) Одредити интеграциони фактор облика $\lambda(x)$.

(2) Решити дату једначину.

(3) Израчунати $\lim_{x \rightarrow 0} y(x)$.

229. Одредити екстремале функционала J ако је

$$J[y] = \int_a^b \sqrt{1 + y'^2} e^x dx.$$

230. Израчунати $\int_{C^-} \frac{dz}{z^2 \sin z}$ ако је $C = \{z \mid |z| = 1\}$.

231. Применом Лапласове трансформације решити систем

$$x' - y = \operatorname{sh} t, \quad y' - x = f(t), \quad x(0) = y(0) = 0,$$

ако је $f(t) = t$ за $t \in [0, 1]$ и $f(t) = 1$ за $t > 1$.

60. рок – Март, 2002.

232. Одредити интеграциони фактор $\lambda(x)$ и опште решење једначине

$$(e^{2x} - y^2)dx + ydy = 0.$$

233. Решити једначину $(x^2 + y^2)z'_x + 2xyz'_y = x - y$.

234. Одредити $L^{-1}[F]$ ако је $F(s) = \frac{s^2}{(s^3 - 1)^2}$.

235. Одредити екстремале функционала J ако је

$$J[y] = \int_a^b y^2(1 - y'^2)dx.$$

61. рок – Март, 2002.

236. Одредити интеграциони фактор $\lambda(y)$ и опште решење једначине

$$(\sin x + e^y)dx + \cos xdy = 0.$$

237. Матричним методом решити систем

$$x' = x - z, \quad y' = y - 3z, \quad z' = x - y + z.$$

238. Применом Лапласове трансформације решити једначину

$$y'' + y = f(t),$$

где је $f(t) = 0$ за $0 < t < \pi$ и $f(t) = -\cos t$ за $t \geq \pi$.

239. Одредити екстремале функционала J , при датим условима, ако је

$$J[y] = \int_0^4 (x^2 + y^2 y'^2)dx, \quad y(0) = 1, \quad y(4) = 3.$$

62. рок – Април, 2002.

240. Одредити интеграциони фактор $\lambda(y)$ и опште решење једначине

$$(y \cdot \sin 2x + xy^2)dx + (y^3 - \sin^2 x)dy = 0.$$

241. Решити једначину $y'' - 6y' + 9y = \frac{e^{3x}}{x^n}$, $n \in \mathbb{N}$.

242. Одредити аналитичку функцију $f : x + iy \mapsto u + iv$ ако је

$$v(x, y) = \ln((x-1)^2 + (y-2)^2).$$

243. Применом *Laplace*-ове трансформације решити једначину

$$\int_0^t 3(y''(x) + y(x)) \operatorname{sh}(t-x) dx = t^2 \cdot \operatorname{sh} t.$$

63. рок – Април, 2002.

244. Решити једначину

$$2xy \ln y dx + (x^2 - \ln y) dy = 0.$$

245. Решити једначину $y'' + 2y' + 2y = \frac{e^{-x}}{\sin x}$.

246. Одредити опште решење парцијалне једначине

$$xz \cdot z'_x + 2yz \cdot z'_y = 3 - x^2 - 2y^2.$$

247. Применом *Laplace*-ове трансформације решити систем

$$x' = x + y, \quad y' = -2x + 3y + 5.$$

64. рок – Јун, 2002.

248. Одредити интеграциони фактор $\lambda(x)$ и опште решење једначине

$$(x \cdot \sin y + y) dx + (x^2 \cdot \cos y + x \ln x) dy = 0.$$

249. Решити једначину $y'' + 4y' + 4y = \frac{e^{-2x}}{\sqrt{4-x^2}}$.

250. Одредити аналитичку функцију $f : x + iy \mapsto u + iv$ ако је

$$u(x, y) = \frac{\sin 2x}{\cos 2x + \operatorname{ch} 2y}.$$

251. Применом *Laplace*-ове трансформације решити једначину

$$y^{iv} - y = 4e^{-t}, \quad y(0) = y''(0) = \alpha, \quad y'(0) = y'''(0) = \beta.$$

65. рок – Јун, 2002.

252. Решити једначину

$$\left(2x \cdot sh \frac{y}{x} + y \cdot ch \frac{y}{x}\right) dx - x \cdot ch \frac{y}{x} dy = 0.$$

253. Решити једначину $y'' + 4y = \frac{1}{\cos^2 x}$.

254. Одредити опште решење парцијалне једначине

$$(x^2y + xz)z'_x + (xy^2 - yz)z'_y = z.$$

255. Применом *Laplace*-ове трансформације решити систем

$$x' = y + t, \quad y' = x + f(t), \quad f(t) = 0 \ (t < 1), \quad f(t) = e^t \ (t \geq 1).$$

66. рок – Септембар, 2002.

256. Решити једначину $(x + y - 3)y' + 2x - 4y + 6 = 0$.

257. Решити једначину $(x + y)z'_x + (y - z^2)z'_y = 0$.

258. Израчунати $\int_C f(z)dz$ ако је $f : z \mapsto u + iv$ аналитичка функција за коју је $f(0) = i$ и ако је

$$u(x, y) = e^x(x \cos y - y \sin y), \quad C = \{z : z = \sin t + it, \ t \in [0, \pi]\}.$$

259. Применом *Laplace*-ове трансформације решити једначину

$$y''' + y = u(t - 2), \quad y(0) = y'(0) = y''(0) = 1,$$

где је u одскочна функција.

67. рок – Септембар, 2002.

260. Решити једначину

$$\left(\frac{y}{x^2+y^2} - y\right) dx = \left(x + \frac{x}{x^2+y^2} - e^y\right) dy.$$

261. Решити једначину $y'' - y' - 2y = e^{2x} \cos^2 x$.

262. Израчунати $\int_{C^+} \frac{ze^z dz}{(z-a)^2(a^2z^2-1)}$, ако је $a \in R$, $|a| \notin \{1/2, 2\}$ и $C = \{z \mid |z| = 2\}$.

263. Применом *Laplace*-ове трансформације решити систем

$$x' - y = f(t), \quad y' + x = \sin t, \quad f(t) = \begin{cases} 0 & t < 1 \\ e^t & t \geq 1 \end{cases}.$$

68. рок – Октобар, 2002.

264. Решити једначину

$$xy' = (x+y) \ln x = y + (x+y) \ln(x+y).$$

265. Решити једначину $(z-y)z'_x - (z+x)z'_y = x+y$.

266. Израчунати $\int_{C^+} \frac{e^z dz}{ch z}$ ако је $C = \{c \mid |z| = 2\}$.

267. Применом *Laplace*-ове трансформације решити систем

$$x' = \sin t - 2x + 2y, \quad y' = 2x - 5y, \quad x(0) = y(0) = 0.$$

69. рок – Октобар, 2002.

268. Одредити интеграциони фактор $\lambda(x)$ и решити једначину

$$y(2x - y + 2)dx + 2(x - y)dy = 0.$$

269. Решити једначину $z(x+y)z'_x + z(y-x)z'_y = -x^2 - y^2$.

270. Израчунати $Re(I)$ ако је $\int_{C^+} \frac{dz}{1+z^4}$, где је C контура области $D = \{z \mid |z| < 2, Im(z) > 0\}$.

271. Применом *Laplace*-ове трансформације решити једначину

$$y''' + 4y'' + 5y' + 2y = 2, \quad y(0) = y'(0) = y''(0) = 0.$$

70. рок – Јануар, 2003.

272. Решити једначину

$$xy'' + xy'^2 - y' = 0.$$

273. Решити једначину

$$xyu'_x + (x^2 + y^2)u'_y + (x - y)^2u'_z = 0.$$

274. Испитати диференцијабилност функције $f : z \mapsto \bar{z} \sin z$.

275. Применом Лапласове трансформације решити систем

$$x' - y = e^t, \quad y' + x = \sin t, \quad x(0) = 1, \quad y(0) = 0.$$

71. рок – Јануар, 2003.

276. Решити једначину

$$y''(x^2 - 1) + y'(x^2 - 2x) + y(1 - 2x) = 0$$

ако је познато да је $y(x) = e^{-x}$ једно њено партикуларно решење.

277. Одредити партикуларно решење система

$$\frac{dx}{x + y^2 + z^2} = \frac{dy}{y} = \frac{dz}{z}$$

за које је $x(1) = 10$ и $y(1) = 2$.

278. Одредити аналитичку функцију $f : x + iy \mapsto u + iv$ за коју је

$$v(x, y) = e^{-x} \cos y - e^{-y} \sin x.$$

279. Применом Лапласове трансформације решити једначину

$$\int_0^t (y''(x) + 4y(x))e^{t-x} dx = 1, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1.$$

72. рок – Јануар, 2003.

280. Сменом $e^y = u(x)$ решити једначину

$$y' - e^{x-y} + e^x = 0.$$

281. Решити једначину

$$(x^2 - y^2 - z^2)u'_x + 2xyu'_y + 2xzu'_z = 0.$$

282. Израчунати $\int_L f(z)dz$, где је $f : x + iy \mapsto u + iv$ аналитичка функција за коју је

$$u(x, y) = x \sin x \operatorname{ch} y - y \cos x \operatorname{sh} y$$

и где је L дуж AB , при чему је $A = 0$ и $B = i$.

283. Применом Лапласове трансформације одредити опште решење једначине

$$y'' + 4y' + 5y = 2e^{-2t}(\sin t + \cos t).$$

73. рок – Јануар, 2003.

284. Решити једначину

$$xy'' - 2x^2y'^{3/2} = 4y'^2.$$

285. Матричним методом решити систем

$$x' = x + y + 4t, \quad y' = -5x - y.$$

286. Израчунати $\int_{C^+} \frac{e^z - 1}{z(z^2 + 1)^2} dz$ ако је C контура која не садржи тачке $0, -i, i$.

287. Применом Лапласове трансформације решити једначину

$$\int_0^t (y''(x) + 2y'(x) + 2y(x)) \sin(t - x) dx = e^t, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = -1.$$

74. рок – Јануар, 2003.

288. Погодном сменом решити једначину

$$y' + \sin 2y = x \cos^2 y.$$

289. Решити једначину

$$(x^2 + y^2)u'_x + 2xyu'_y + (x + y)u'_z = 0.$$

290. Нека је $f(z) = \frac{z^2}{\bar{z}}$ за $z \neq 0$ и $f(0) = 0$. Испитати да ли за f у тачки 0 важе Коши - Риманови услови.

291. Применом Лапласове трансформације одредити опште решење једначине

$$x'' - x' - 6x = te^t.$$

75. рок – Јануар, 2003.

292. Решити једначину

$$xy' = xe^{y/x} + y + x.$$

293. Решити једначину

$$2xzu'_x + 2yzu'_y + (z^2 - x^2 - y^2)u'_z = 0.$$

294. Испитати диференцијабилност функције $f : z \mapsto ze^{\bar{z}}$.

295. Одредити Лапласову трансформацију функције f , ако је $f(t) = \frac{\sin^4 t}{t}$.

76. рок – Фебруар, 2003.

296. Погодном сменом решити једначину

$$y' + \sin 2y = x \cos^2 y.$$

297. Решити једначину

$$(x^2 + y^2)u'_x + 2xyu'_y + (x + y)u'_z = 0.$$

298. Нека је $f(z) = \frac{z^2}{\bar{z}}$ за $z \neq 0$ и $f(0) = 0$. Испитати да ли за f у тачки 0 важе Коши - Риманови услови.

299. Применом Лапласове трансформације одредити опште решење једначине

$$x'' - x' - 6x = te^t.$$

77. рок – Фебруар, 2003.

300. Решити једначину

$$\frac{y - xy'}{x + yy'} = 2.$$

301. Матричним методом решити систем

$$x' = 4x + y + t^2, \quad y' = -2x + y.$$

302. Применом Лапласове трансформације одредити опште решење једначине

$$y'' + 4y' + 5y = -5.$$

303. Одредити екстремале функционала J ако је

$$J[y] = \int_1^e e^{xy'} dx, \quad y(1) = 2, \quad y(e) = \frac{1}{2}.$$

78. рок – Фебруар, 2003.

304. Одредити a ($a \neq 0$) тако да $y = \cot ax$ буде партикуларно решење једначине

$$y'' \sin^2 x = 2y,$$

а затим одредити њено опште решење.

305. Решити једначину

$$2xzu'_x + 2yzu'_y + (z^2 - x^2 - y^2)u'_z = 0.$$

306. Испитати диференцијабилност функције $f : z \mapsto ze^{\bar{z}}$.

307. Одредити Лапласову трансформацију функције f , ако је $f(t) = \frac{\sin^4 t}{t}$.

79. рок – Фебруар, 2003.

308. Решити једначину

$$(y' - x\sqrt{y})(x^2 - 1) = xy.$$

309. Матричним методом решити систем

$$x' = 3x + 2y, \quad y' = 2x + 5 \sin t.$$

310. Применом Лапласове трансформације одредити опште решење једначине

$$y'' + 4y' + 4y = -2e^{-2t}.$$

311. Одредити екстремале функционала J ако је

$$J[y] = \int_0^{1/2} y'^2 \tan^2 y dx, \quad y(0) = 0, \quad y(1/2) = \frac{\pi}{4}.$$

80. рок – Јуни, 2003.

312. Одредити интеграциони фактор $\lambda(y)$ и опште решење једначине

$$2xy \ln y dx + (x^2 + y^2 \sqrt{y^2 + 1}) dy = 0.$$

313. Решити систем

$$x' = \sin x \cos y, \quad y' = \cos x \sin y.$$

314. Израчунати $\int_{C^+} \frac{\cos z}{ch z} dz$, где је $C = \{z \mid |z| = 2\}$.

315. Применом *Laplace*-ове трансформације решити једначину

$$y'' + \int_0^t y' e^{2t-2x} dx = e^{2t}, \quad y(0) = A, \quad y'(0) = 0, \quad A \in \mathbb{R}.$$

81. рок – Јуни, 2003.

316. Решити једначину

$$xy' = y' + (y + 1) \ln \frac{y + 1}{x - 1}.$$

317. Матричном методом решити систем

$$x' = -x - 2y + z, \quad y' = 2x + 2y - z, \quad z' = 2x + y.$$

318. Одредити аналитичку функцију $f : x + iy \mapsto u + iv$ ако је

$$u(x, y) = \sin 3x \cdot ch 3y, \quad f(0) = i.$$

319. Применом *Laplace*-ове трансформације решити једначину

$$y''' - y'' - y' + y = 4 \sin t, \quad y(0) = y''(0) = 1, \quad y'(0) = 4.$$

82. рок – Јуни, 2003.

320. Решити једначину

$$y' = (x + y)^3.$$

321. Решити систем

$$x' + \frac{1}{y} = 1, \quad y' = \frac{1}{x - t}.$$

322. Одредити скуп тачака у којима је функција $f : z \mapsto ze^{\bar{z}}$ диференцијабилна.

323. Применом *Laplace*-ове трансформације решити једначину

$$y'' - a^2 y = ch\ t, \quad a \in R.$$

83. рок – Јуни, 2003.

324. Решити једначину

$$xy' - y = 1 + (x + y + 1) \ln \frac{x + y + 1}{x}.$$

325. Матричном методом решити систем

$$x' = 2x + y - z, \quad y' = -x + z, \quad z' = x + y.$$

326. Одредити аналитичку функцију $f : x + iy \mapsto u + iv$ ако је

$$v(x, y) = \cos 3x \cdot sh\ 3y, \quad f(0) = 2.$$

327. Применом *Laplace*-ове трансформације решити једначину

$$y''' - y'' + y' - y = 1, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = y''(0) = 2.$$

84. рок – Септембар, 2003.

328. Решити једначину

$$(\sqrt{x + y} + 1)y' + 1 = 0.$$

329. Матричном методом решити систем

$$x' = z, \quad y' = 2y - 5z, \quad z' = y.$$

330. Одредити константе α , β , γ и δ тако да функција $f : x + iy \rightarrow u + iv$ дефинисана са

$$u = x^2 + \alpha xy + \beta y^2, \quad v = \gamma x^2 + \delta xy + y^2$$

буде аналитичка, а затим израчунати $\int_L f(z)dz$, где је L дуж AB чији су крајеви тачке $A = 1$ и $B = i$.

331. Одредити *Laplace*-ову трансформацију функције $f : t \rightarrow \sin^5 t$.

85. рок – Септембар, 2003.

332. Решити једначину

$$y' = \frac{1}{2} \left(\frac{x+y-1}{x+2} \right)^2.$$

333. Одредити партикуларно решење једначине

$$\sin^2 y \cdot u'_x + \cos^2 y \cdot u'_y + e^z u'_z = 0$$

за које је $u(x, 0, z) = xe^z$.

334. Применом *Laplace*-ове трансформације решити систем

$$x' = x - y - 1, \quad y' = 2x - y + 2e^t, \quad x(0) = y(0) = 1.$$

335. Одредити екстремале функционала J ако је

$$J[y] = \int_{x_1}^{x_2} e^{\sin x - y + y' + 1} dx.$$

86. рок – Септембар, 2003.

336. Решити једначину

$$(\sqrt{x^2 + y^2} + x)y' = y.$$

337. Решити систем

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x+z}{y+z}, \quad \frac{dx}{dz} = \frac{y+z}{x+y}, \quad \frac{du}{dx} = \frac{u}{y+z}.$$

338. Израчунати $\int_{C^+} \frac{dz}{z^5 + z^4 + z^3}$ ако је $C = \{z \mid |z| = \frac{\pi}{4}\}$.

339. Применом *Laplace*-ове трансформације решити једначину

$$y'' + y + \int_0^t (t-x+1)y(x)dx, \quad y(0) = y'(0) = 1.$$

87. рок – Септембар, 2003.

340. Решити једначину

$$x^3 \sin y \cdot y' = xy' - 2y.$$

341. Одредити партикуларно решење једначине

$$\cos^2 x \cdot u'_x + 2 \sin^2 x \cdot u'_y + zu'_z = 0$$

за које је $u(0, y, z) = yz$.

342. Применом *Laplace*-ове трансформације решити систем

$$x' = -2x + y + 3 \sin t, \quad y' = 4x - 2y, \quad x(0) = y(0) = -1.$$

343. Одредити екстремале функционала J ако је

$$J[y] = \int_{x_1}^{x_2} e^{2x^2 - 2y - y'} dx.$$

88. рок – Октобар, 2003.

344. Решити једначину

$$y''' + 1 - (x + y'')e^x = 0.$$

345. Решити систем

$$x' = x + 2y, \quad y' = x - 5 \cos t.$$

346. Израчунати $\int_{C^+} \frac{e^z dz}{z^2(z-1)}$, где је $C = \{z : |z+i| \leq 2\}$.

347. Применом Лапласове трансформације решити једначину

$$tf(t) - 2 \int_0^t f(x) dx = 0, \quad f(1) = 3.$$

89. рок – Октобар, 2003.

348. Решити једначину

$$\frac{y'''}{y'^2} - \frac{y''^2}{y'^3} + y' = 0.$$

349. Решити систем

$$x' = y + 5 \sin t, \quad y' = 2x + y.$$

350. Израчунати $\int_{C^+} \frac{\cos z dz}{z(z - \pi/4)^2}$, где је $C = \{z : |z - i| < 3\}$.

351. Применом Лапласове трансформације решити једначину

$$tf(t) - \int_0^t e^x f(t-x) dx = 0, \quad f(0) = 2.$$

90. рок – Октобар, 2003.

352. Решити Бернулијеву једначину

$$y' + \frac{2}{x}y = \frac{2\sqrt{y}}{\sin^2 x}.$$

353. Решити једначину

$$y''' - 3y'' + 3y' - y = 1 + e^x.$$

354. Израчунати $\int_{C^+} \bar{z} Re(z) dz$ ако је $C = \{z \mid |z| = 1\}$.

355. Применом *Laplace*-ове трансформације решити систем

$$x' = x - y + \cos t, \quad y' = y - 4x.$$

91. рок – Октобар, 2003.

356. Решити линеарну једначину

$$x(x^2 + 1)y' + x^2y = \pi.$$

357. Решити једначину

$$y''' + 3y'' - 4y = xe^{-2x}.$$

358. Израчунати $\int_{C^+} \frac{e^{\pi z/2}}{4z^2 + z^4}$, где је $C = \{z : |z| = \pi\}$.

359. Применом *Laplace*-ове трансформације решити систем

$$x' = x - 3y + \cos t, \quad y' = 3x + y.$$

92. рок – Октобар, 2003.

360. Решити једначину

$$(x^2 + 2xy - y^2)dx + (y^2 + 2xy - x^2)dy = 0.$$

361. Решити једначину

$$x^2 u'_x - (xy - 2z^2)u'_y - xzu'_z = 0.$$

362. Матричним методом решити систем

$$x' = -x + 2y - 2z, \quad y' = -2x + y - 2z, \quad z' = -y + z.$$

363. Применом *Laplace*-ове трансформације решити једначину

$$x''' + x - 1 = 0, \quad x(0) = x'(0) = x''(0) = 1.$$

93. рок – Октобар, 2003.

364. Решити једначину

$$(x + y - 3)dy + (2x - 4y + 6)dx = 0.$$

365. Решити једначину

$$(z - y)u'_x + yu'_y - (y + z - 2x)u'_z = 0.$$

366. Матричним методом решити систем

$$x' = -8x - 9y + 8z, \quad y' = -2x - y + z, \quad z' = -12x - 12y + 11z.$$

367. Применом *Laplace*-ове трансформације решити једначину

$$y''' + y' - 2e^{2x} = 0, \quad y'(0) = y(0) = 2, \quad y''(0) = -2.$$

94. рок – Јануар, 2004.

368. За диференцијалну једначину

$$\left(x^2 - \frac{\sin^2 y}{x}\right)dx + (xy + \sin 2y)dy = 0$$

одредити интеграциони фактор облика $\lambda(x)$, а затим решити диференцијалну једначину са тоталним диференцијалом.

369. Матричним методом решити систем диференцијалних једначина

$$\begin{aligned} x' &= -x - 5z \\ y' &= x + y - z \\ z' &= x + z \end{aligned}$$

370. Применом *Laplace*-ове трансформације одредити партикуларно решење диференцијалне једначине $y''' + y' = 5$, које задовољава услове $y(0) = 0$, $y'(0) = 2$ и $y''(0) = 1$.

371. Одредити екстремале функционала $J[y] = \int_a^b e^{10 \sin x + 3y + y'} dx$.

95. рок – Јануар, 2004.

372. Решити диференцијалну једначину

$$xy' - y = \frac{x+y}{2} \ln \frac{x+y}{x}.$$

373. Испитати да ли је $y = e^{-2x}$ решење диференцијалне једначине

$$y'' + xy' + (2x - 4)y = x - 2,$$

а затим одредити партикуларно решење које задовољава услове $y(0) = 0$ и $y'(0) = 1$.

374. Израчунати $\int_{C+} (x^2 + iy^2) dz$, ако је $C = \{z : |z - 1| = 1\}$ и $z = x + iy$.

375. Применом *Laplace*–ове трансформације одредити партикуларно решење једначине

$$y'' - \int_0^1 xy(t-x)dx = u(t-2),$$

које задовољава услове $y(0) = y'(0) = 0$ где је u јединична одскачна функција.

96. рок – Јануар, 2004.

376. За диференцијалну једначину

$$(xy^2 + y \sin 2x)dx + (y^3 - \sin^2 x)dy = 0$$

одредити интеграциони фактор облика $\lambda(y)$, а затим решити диференцијалну једначину са тоталним диференцијалом.

377. Матричном методом решити систем диференцијалних једначина

$$\begin{aligned} x' &= 2x + z \\ y' &= x - y - 2z \\ z' &= -x + 4z \end{aligned}$$

378. Применом *Laplace*–ове трансформације одредити партикуларно решење диференцијалне једначине $y''' + 4y' = -12$, које задовољава услове $y(0) = 1$, $y'(0) = -2$ и $y''(0) = 0$.

379. Одредити екстремале функционала $J[y] = \int_a^b e^{13 \cos x + 5x + 5y - y'} dx$.

97. рок – Јануар, 2004.

380. Решити диференцијалну једначину $y' + \tanh y = \frac{\cos x}{\cosh y}$.

381. Одредити опште решење диференцијалне једначине

$$y'' + y = \sin x + x^2 + x + 1.$$

382. Одредити све функције $f : x + iy \mapsto u(x, y) + iv(x, y)$ аналитичке на скупу $C \setminus \{-i\}$, ако је

$$u(x, y) = \frac{y + 1}{x^2 + (y + 1)^2}.$$

383. Применом Лапласове трансформације одредити партикуларно решење диференцијалне једначине $y'' + y' + 15y = f(t)$, које задовољава услове $y(0) = y'(0) = 0$, ако је

$$f(t) = \begin{cases} 0, & t < 1 \\ 2t - 2, & t \geq 1. \end{cases}$$

98. рок – Фебруар, 2004.

384. Решити диференцијалну једначину $y' = y \ln y + y \sin^2 x$.

385. Решити систем диференцијалних једначина

$$\frac{dx}{x(y^{3/2} - z^{3/2})} = \frac{dy}{y(z^{3/2} - x^{3/2})} = \frac{dz}{z(x^{3/2} - y^{3/2})}.$$

386. Израчунати $\int_{C+} \frac{dz}{z(1 - e^{2z})}$, ако је $C = \{z : |z| = \frac{3}{2}\pi\}$

387. Одредити Лапласову слику функције $f(t) = \sinh^2 t \sin^3 t$.

99. рок – Фебруар, 2004.

388. Одредити решење диференцијалне једначине

$$yy'' = 2y'(y' + y^4)$$

које задовољава услов $y(0) = 1$ и $y'(0) = 2$.

389. Матричним методом решити систем диференцијалних једначина

$$\begin{aligned}x' &= x + 2y \\ y' &= x - 5 \cos t\end{aligned}$$

390. Одредити све аналитичке функције $f : x + iy \mapsto u(x, y) + iv(x, y)$, и израчунати $\int_i^1 f(z)dz$, ако је $u(x, y) = -\sin 3y \cosh 3x$.

391. Применом Лапласове трансформације одредити решење једначине

$$\int_0^t e^{t-x}(y''(x) + y(x))dx = t$$

које задовољава услове $y(0) = y'(0) = 0$.

100. рок – Фебруар, 2004.

392. Решити диференцијалну једначину $y' = 1 + e^{x+2y}$.

393. Матричним методом решити систем диференцијалних једначина

$$\begin{aligned}x' &= 3x - y + z \\ y' &= -2x + 4y - 2z \\ z' &= -2x + 2y\end{aligned}$$

394. Израчунати $\int_{C+} \frac{\tan z}{z+1} dz$, ако је $C = \{z : |z| = \pi\}$.

395. Коришћењем особина Лапласове трансформације доказати да за свако $n > 2$, $t > 0$ и $Res > 0$, важи једнакост

$$L(\sin^n t) = \frac{n(n-1)}{s^2 + n^2} L(\sin^{n-2} t).$$

101. рок – Фебруар, 2004.

396. Решити диференцијалну једначину $xy'' = y' \ln \frac{y'}{x}$.

397. Матричним методом решити систем диференцијалних једначина

$$x' = 2x - 4y + 4e^{-2t}, \quad y' = 2x - 2y$$

398. Одредити све аналитичке функције $f : x + iy \mapsto u(x, y) + iv(x, y)$ и израчунати $\int_i^1 f(z)dz$, ако је $v(x, y) = -\sin 2y \sinh 2x$.

399. Применом Лапласове трансформације одредити решење једначине

$$\int_0^t e^{2(t-x)}(y''(x) - 2y'(x) + y(x))dx = 2 \sin t$$

које задовољава услове $y(0) = y'(0) = 0$.

102. рок – Март, 2004.

400. Решити диференцијалну једначину $yy'' = 1 + y'^2$.

401. Матричном методом решити систем диференцијалних једначина

$$\begin{aligned}x' &= x + y + 2z \\y' &= 3x + 2y + 3z \\z' &= x - y\end{aligned}$$

402. Израчунати $\int_{C+} \frac{\cos z dz}{z(z+3i)^2}$ ако је $C = \{z : |z| = \pi\}$.

403. Применом Лапласове трансформације одредити партикуларно решење једначине

$$y''' - y'' = te^t$$

које задовољава услове $y(0) = 0$, $y'(0) = -1$, $y''(0) = 1$.

103. рок – Јун, 2004.

404. За диференцијалну једначину

$$(x \sin y + y \cos y)dx + (x \cos y - y \sin y)dy = 0$$

одредити интеграциони фактор облика $\lambda(x)$, а затим решити диференцијалну једначину са тоталним диференцијалом.

405. Наћи опште решење диференцијалне једначине

$$x(x-1)^2 y'' + x(x-1)y' - y = 0$$

ако функција $y_1 = \frac{x}{1-x}$ представља њено партикуларно решење.

406. Матричном методом решити систем диференцијалних једначина

$$\begin{aligned}x' &= 5x - y - 4z \\y' &= -12x + 5y + 12z \\z' &= 10x - 3y - 9y\end{aligned}$$

407. Применом Лапласове трансформације одредити опште решење једначине

$$y'' - y = \cos t.$$

104. рок – Јун, 2004.

408. Решити диференцијалну једначину

$$\frac{1}{y^2}dx + (1 - \cos(x + y + 1) + \frac{1}{y^2})dy = 0.$$

409. Решити парцијалну диференцијалну једначину

$$xyz'_x + y^2z'_y = x^2 - 2yz.$$

410. Израчунати $\int_{C+} \frac{z-1}{(z^2+1)\sin^2 z} dz$ ако је $C = \{z : |z| = 2\}$.

411. Применом Лапласове трансформације решити једначину

$$y'' + 2y' + 5y = e^{-x} \sin 2x$$

ако је $y(0) = y'(0) = 1$.

105. рок – Јун, 2004.

412. Решити диференцијалну једначину $y' + x = x^3 e^{-y}$.

413. Одредити опште решење диференцијалне једначине

$$y'' + 4y = x^2 \sin^2 x.$$

414. Решити парцијалну диференцијалну једначину

$$x(y^2 - z^2)u'_x + y(x^2 + z^2)u'_y + z(x^2 + y^2)u'_z = 0.$$

415. Применом Лапласове трансформације решити систем једначина

$$\begin{aligned}x'' &= x - y - z \\y'' &= -x + y - z \\z'' &= -x - y + z\end{aligned}$$

ако је $x(0) = y(0) = z(0) = 0$, $x'(0) = y'(0) = 0$, $z'(0) = 1$.

106. рок – Јун, 2004.

416. За диференцијалну једначину

$$2 \sin y(x + 2 \sin y)dx = (x^2 + 1) \cos y dy$$

одредити интеграциони фактор облика $\lambda(y)$, а затим решити диференцијалну једначину са тоталним диференцијалом.

417. Матричним методом решити систем диференцијалних једначина

$$\begin{aligned}x' &= x - y + 2z \\y' &= x + 2y - z \\z' &= 4x - y - z\end{aligned}$$

418. Одредити све аналитичке функције $f : x + iy \mapsto u(x, y) + iv(x, y)$ и израчунати $\int_0^\pi f(z)dz$ ако је $u(x, y) = (\cosh y - \sinh y) \cos x$.

419. Применом Лапласове трансформације одредити решење једначине

$$\int_0^t (y''(x) - y(x)) \sin(t - x) dx = e^t$$

ако је $y(0) = y'(0) = 0$.

107. рок – Септембар, 2004.

420. Одредити опште решење диференцијалне једначине

$$2xyy' = y^2 + \sqrt{x^2 + y^4}.$$

421. Матричним методом решити систем диференцијалних једначина

$$\begin{aligned}x' &= x + 2y + 2z \\y' &= x - z \\z' &= 3x + 3y + 2z\end{aligned}$$

422. Одредити све аналитичке функције $f : x + iy \mapsto u(x, y) + iv(x, y)$ ако је

$$u(x, y) = (\cosh y - \sinh y) \cos x.$$

423. Применом Лапласове трансформације одредити партикуларно решење једначине

$$y''' - y'' - 2y' = U(t - 3)$$

ако је $y(0) = 1, y'(0) = -1, y''(0) = 1$.

108. рок – Септембар, 2004.

424. Одредити интеграциони фактор $\lambda(x)$ и решити једначину

$$(x^2 + y^2 + 1)dx = 2xydy.$$

425. Решити систем

$$\frac{dx}{x(\ln y - \ln z)} = \frac{dy}{y(\ln z - \ln x)} = \frac{dz}{z(\ln x - \ln y)}.$$

426. Одредити скуп свих тачака у којима је функција $f : z \mapsto |z|^2 e^z$ диференцијабилна.

427. Одредити *Laplace*-ову трансформацију функције $f : t \mapsto \sin^2 t \cos^3 t$.

109. рок – Септембар, 2004.

428. За диференцијалну једначину

$$(xy \sin x + x \sin y + y^2)dx + (x^2 \cos y - x \cos x + 2xy \ln xy)dy = 0$$

одредити интеграциони фактор облика $\lambda(x)$, а затим решити једначину.

429. Решити парцијалну диференцијалну једначину

$$(-x + y + z)u'_x + (x - y + z)u'_y + (x + y - z)u'_z = u.$$

430. Израчунати $\int_{C+} \frac{\sin z}{z(z^2 + 1)} dz$, ако је $C = \{z : |z| = \sqrt{2}\}$.

431. Применом Лапласове трансформације решити систем једначина

$$\begin{aligned} x' &= y + e^t \\ y' &= -x - \sin 2t \end{aligned}$$

ако је $x(0) = \frac{1}{2}$, $y(0) = 1$.

110. рок – Септембар, 2004.

432. Решити једначину $y' = \frac{x}{x^2 + e^{2y}}$.

433. Решити систем

$$\frac{dx}{x/y - x/z} = \frac{dy}{y/z - y/x} = \frac{dz}{z/x - z/y}.$$

434. Одредити скуп свих тачака у којима је функција $f : z \mapsto z^2 e^{z\bar{z}}$ диференцијабилна.

435. Одредити $L^{-1}[F]$, ако је $F(s) = \frac{s^2}{(s^3 - 1)^2}$.

111. рок – Децембар, 2004.

436. За диференцијалну једначину $(X^2y + y + 1)dx + (x^3 + x)dy = 0$ одредити интеграциони фактор облика $\lambda(x)$, а затим решити ту једначину.

437. Матричном методом решити систем диференцијалних једначина

$$\begin{aligned}x' &= 2x - y + 2z \\y' &= x + 2z \\z' &= -2x + y - z\end{aligned}$$

438. Израчунати $\int_{C^+} \frac{e^{\pi z}}{z^4 + 4z^2} dz$ ако је $C = \{z : |z + i| = 2\}$.

439. Применом Лапласове трансформације одредити партикуларно решење једначине $y'' + 4y = 3t + 5$ ако је $y(0) = y'(0) = 2$.

112. рок – Јануар, 2005.

440. Одредити опште решење диференцијалне једначине

$$x(1 - x - xy)y' = 1 + y.$$

441. Одредити опште решење система диференцијалних једначина

$$\begin{aligned}x' &= 2x + y - z \\y' &= x + 3y - z \\z' &= 3x - y + 3z\end{aligned}$$

442. Израчунати $\int_{C^+} \frac{2z - \pi}{\cos^2 z} dz$, ако је $C = \{z : |z - \frac{\pi}{2}| = \frac{\pi}{2}\}$.

443. Одредити Лапласову слику функције $f : t \mapsto \frac{e^{-3t} \sin^2 t}{t}$.

113. рок – Јануар, 2005.

444. Користећи погодну смену решити диференцијалну једначину

$$x^2 y' = 2x + e^{-y}.$$

445. Решити систем једначина

$$\frac{dx}{e^{2y-x} - e^{2z-x}} = \frac{dy}{e^{2z-y} - e^{2x-y}} = \frac{dz}{e^{2x-z} - e^{2y-z}}.$$

446. Одредити све аналитичке функције $f : x + iy \mapsto u(x, y) + iv(x, y)$ ако је

$$v(x, y) = [2xy \cos 2y + (x^2 - y^2) \sin 2y]e^{2x},$$

а затим израчунати $\int f(z)dz$.

447. Применом Лапласове трансформације решити једначину

$$y'' - 4y' + 5y = f(t), \quad f(t) = \begin{cases} 5, & 0 \leq t < 1 \\ 0, & 1 \leq t \end{cases}$$

ако је $y(0) = y'(0) = 0$

114. рок – Јануар, 2005.

448. За диференцијалну једначину

$$2y' \tan x + \frac{\sin 2y}{\cos^2 x} = 0$$

одредити интеграциони фактор облика $\lambda(y)$, а затим решити једначину.

449. Наћи опште решење диференцијалне једначине

$$y'' - 2y' \cot 2x - y \sin 2x = 0$$

ако функција $y_1 = e^{\sin^2 x}$ представља њено партикуларно решење.

450. Израчунати $\int_{C^+} \frac{2z - \pi i}{\cosh^2 z} dz$, ако је $C = \{z : |z - \frac{\pi}{2}i| = \frac{\pi}{2}\}$.

451. Применом Лапласове трансформације решити систем једначина

$$x'' + x + y = 5$$

$$y'' - 4x - 3y = -3$$

ако је $x(0) = x'(0) = y(0) = y'(0) = 0$

115. рок – Јануар, 2005.

452. Користећи погодну смену решити диференцијалну једначину

$$y' \cos y + \sin y = \cos x.$$

453. Решити диференцијалну једначину

$$2yy'' - 3y'^2 = 4y^2.$$

454. Одредити све аналитичке функције $f : x + iy \mapsto u(x, y) + iv(x, y)$ ако је

$$u(x, y) = e^{x-y} \cos(x+y) + e^{x+y} \cos(x-y),$$

а затим израчунати $\int f(z)dz$.

455. Применом Лапласове трансформације решити једначину

$$y'' + \int_0^t (y''(x) + y(x)) \sin(t-x) dx = 2U(t-2\pi) \cos t$$

ако је $y(0) = y'(0) = 0$.

116. рок – Фебруар, 2005.

456. За диференцијалну једначину

$$(2x + 3e^x \cos y) \cos y dx + (1 + x^2 \sin y) dy = 0$$

одредити интеграциони фактор облика $\lambda(y)$, а затим решити једначину.

457. Решити парцијалну диференцијалну једначину

$$(x^2 - y^2 + 2yz)z'_x + (x^2 - y^2 + 2xz)z'_y = (x - y)z.$$

458. Израчунати $\int_{C^+} \frac{e^{2z}}{z^2(e^z + 1)} dz$ ако је $C = \{z : |z - 2i| = 3\}$.

459. Применом Лапласове трансформације решити систем једначина

$$x'' - x - 2y = 0$$

$$y'' + 2x + 3y = 0$$

ако је $x(0) = y(0) = y'(0) = 0$, $x'(0) = 1$.

117. рок – Фебруар, 2005.

460. Користећи погодну смену решити диференцијалну једначину

$$y' \sin y = (\sin x + \cos y) \cos x.$$

461. Одредити опште решење диференцијалне једначине

$$y''' - y' = \frac{1}{\sinh x}.$$

462. Одредити све реалне функције $\alpha(x)$ и $\beta(x)$ за које је функција

$$f : x + iy \mapsto \alpha(x)(x \cos y - y \sin y) + i\beta(x)(x \sin y + y \cos y)$$

аналитичка за све $x + iy \in C$.

463. Применом Лапласове трансформације решити једначину

$$y'(t) + t \sin t = \int_0^t (y'''(x) - y(x))e^{t-x} dx$$

ако је $y(0) = y'(0) = y''(0) = 0$.

118. рок – Фебруар, 2005.

464. Решити диференцијалну једначину

$$x(x^2 \cos y - \tan y) dy = 2dx.$$

465. Одредити опште решење система диференцијалних једначина

$$\begin{aligned} x' &= 5x + y - z \\ y' &= -2x + y + z \\ z' &= 3x + 2z \end{aligned}$$

466. Израчунати $\int_{C^+} \frac{e^{\pi z}}{z^6 - z^2} dz$ ако је $C = \{z : |2z - i| = 2\}$.

467. Применом Лапласове трансформације решити систем једначина

$$x'' - 3x + 2y = 0$$

$$y'' - 8x + 5y = 0$$

ако је $x(0) = y(0) = 0$, $x'(0) = y'(0) = 1$.

119. рок – Фебруар, 2005.

468. За диференцијалну једначину

$$(x + y)dx + \tan x dy = 0$$

одредити интеграциони фактор облика $\lambda(x)$, а затим решити једначину.

469. Одредити опште решење диференцијалне једначине

$$y''' + y' = \frac{1}{\sin x}.$$

470. Одредити све аналитичке функције $f : x + iy \mapsto u(x, y) + iv(x, y)$ ако је

$$u(x, y) = \frac{\sinh 2x}{\cosh 2x + \cos 2y}.$$

471. Применом Лапласове трансформације решити једначину

$$y'''(t) - y'(t) = t \sinh t$$

ако је $y(0) = C \in R$, $y'(0) = y''(0) = 0$.

120. рок – Јун, 2005.

472. Користећи смену $\sin y = z$ решити диференцијалну једначину

$$y' \cos y - \cos x \sin^2 y - \sin y = 0.$$

473. Наћи опште решење диференцијалне једначине

$$y'' - y' \cot x + y \sin^2 x = 0$$

ако функција $y_1 = \cos(\cos x)$ представља њено партикуларно решење.

474. Испитати регуларност функције

$$f : z \rightarrow \begin{cases} \frac{1}{z} - \frac{1}{e^z - 1}, & z \neq 0 \\ a, & z = 0 \end{cases}$$

где је $a \in C$.

475. Применом Лапласове трансформације решити систем једначина

$$x' + x + y = f(t)$$

$$y' - x + y = U(t)$$

ако је $f(t) = \begin{cases} 0, & t < 1 \\ e^{1-t}, & t \geq 1 \end{cases}$ и $x(0) = y(0) = 0$.

121. рок – Јун, 2005.

476. За диференцијалну једначину

$$(xy \sin x + y \ln y)dx + (x + y + \ln y)dy = 0$$

одредити интеграциони фактор облика $\lambda(y)$, а затим решити једначину.

477. Одредити опште решење система диференцијалних једначина

$$x' = -x + 4y - 4z$$

$$y' = x - y + 3z$$

$$z' = x - 2y + 3z$$

478. Израчунати $\int_{C+} \frac{e^z - 1}{(z^2 - z)^2} dz$ ако је $C = \{z : |z| = \frac{3}{2}\}$.

479. Применом Лапласове трансформације решити једначину

$$y''(t) - 4y'(t) + 4y(t) = f(t)$$

ако је $f(t) = \begin{cases} 0, & t < 2 \\ e^{2(t-2)}, & t \geq 2 \end{cases}$.

122. рок – Јун, 2005.

480. Користећи смену $\sin x = z$ решити диференцијалну једначину

$$(y^2 + 4 \sin x)y' = \cos x.$$

481. Одредити опште решење диференцијалне једначине

$$y''' + 4y' = \cot 2x.$$

482. Испитати регуларност функције

$$f : z \rightarrow \begin{cases} \frac{e^z}{z} - \frac{\sin z}{z^2}, & z \neq 0 \\ a, & z = 0 \end{cases},$$

где је $a \in \mathbb{C}$.

483. Применом Лапласове трансформације решити систем једначина

$$x' - x - y = U(t)$$

$$y' + x - y = f(t),$$

ако је $f(t) = \begin{cases} 0, & t < 1 \\ e^{t-1}, & t \geq 1 \end{cases}$ и $x(0) = y(0) = 0$.

123. рок – Јун, 2005.

484. Одредити опште решење диференцијалне једначине

$$y' = \frac{(2y + 1)^2}{(x + 2y - 2)^2}.$$

485. Одредити опште решење диференцијалне једначине

$$y''' + 4y' = \frac{4}{\cos 2x}.$$

486. Израчунати $\int_{C+} \frac{\sin \frac{\pi}{2} z}{(z^2 - z)^2} dz$ ако је $C = \{z : |z| = \frac{\pi}{2}\}$.

487. Применом Лапласове трансформације решити једначину

$$y''(t) - 3y'(t) = 1 + \sin t + \cos t.$$

124. рок – Септембар, 2005.

488. Користећи смену $z = e^y$ решити диференцијалну једначину

$$(1 - 2xe^y)y' = e^y - 1.$$

489. Одредити опште решење диференцијалне једначине

$$y^{iv} + y'' = \ln x.$$

490. Дата је ϕ -ја $f(z) = \begin{cases} z^2/\bar{z}, & z \neq 0 \\ 0, & z = 0 \end{cases}.$

1. Испитати да ли у тачки $z = 0$ важе Коши-Риманови услови.

2. Израчунати $\int_{C^+} f(z)dz$ ако је $C = \{z : |z| = r\}$, $r \neq 0$.

491. Применом Лапласове трансформације решити једначину

$$y'''(t) + y'(t) = \sin t$$

ако је $y(0) = y'(0) = 1$, $y''(0) = 0$.

125. рок – Септембар, 2005.

492. Користећи смену $z = y^2$ решити диференцијалну једначину

$$2xy' = y + \sqrt{y^2 + \frac{x^2}{y^2}}.$$

493. Решити систем диференцијалних једначина

$$\frac{dx}{x^3 - y^3 + y^2z} = \frac{dy}{x^3 - y^3 + x^2z} = \frac{dz}{(x^2 - y^2)z}.$$

494. Одредити све аналитичке функције $f : x + iy \mapsto u(x, y) + iv(x, y)$ ако је

$$u(x, y) = e^x[(x^2 - y^2) \cos y + 2(1 - xy) \sin y].$$

495. Применом Лапласове трансформације решити једначину $y'' + y = f(t)$, ако је

$$f(t) = \begin{cases} 4, & 0 \leq t < 2 \\ t + 2, & t \geq 2 \end{cases}$$

и $y(0) = y'(0) = 0$.

126. рок – Октобар, 2005.

496. Користећи смену $z = e^y$ решити диференцијалну једначину

$$y'(e^y - x) = xe^{-y} + 1.$$

497. Наћи опште решење диференцијалне једначине

$$4y'' + 4y' + y = \cosh \frac{x}{2}.$$

498. Решити парцијалну диференцијалну једначину

$$(2z - 5y)u'_x + (5x - 3z)u'_y + (3y - 2x)u'_z = 0.$$

499. Применом Лапласове трансформације решити једначину

$$y'' - 3y' = 1 + \sin t + \cos t$$

ако је $y(0) = y'(0) = 0$

127. рок – Октобар, 2005.

500. За диференцијалну једначину

$$2(x + 2 \sin y) \sin y dx - (x^2 + 1) \cos y dy = 0$$

одредити интеграциони фактор облика $\lambda(y)$, а затим решити једначину.

501. Решити парцијалну диференцијалну једначину

$$(xz + y)u'_x + (yz + x)u'_y + (z^2 - 1)u'_z = 0$$

.

502. Израчунати $\int_{C^+} \frac{z-1}{z^5+2z^3+z} dz$ ако је $C = \{z : |z-i| = \frac{3}{2}\}$.

503. Применом Лапласове трансформације решити интегралну једначину

$$y(t) = f(t) + 2 \int_0^t y(x) \cos(t-x) dx, \quad f(t) = \begin{cases} 1, & 0 \leq t < 3 \\ 0, & 3 \leq t \end{cases}.$$

128. рок – Октобар, 2005.

504. Решити диференцијалну једначину

$$y' = \frac{y}{\sin(\ln y) - x}.$$

505. Решити диференцијалну једначину

$$(1 - y^2)y'' = 2y'(1 + y')$$

ако је $y(0) = -1$ и $y'(0) = -2$.

506. Решити систем диференцијалних једначина

$$y'x = zx + z - y$$

$$z'x = yx + y - z.$$

507. Применом Лапласове трансформације решити једначину

$$y'' - 2y' + y = 2 + 2e^t \sin t$$

ако је $y(0) = y'(0) = 0$.

129. рок – Октобар, 2005.

508. Решити диференцијалну једначину

$$y' = \frac{2y}{y^2(1 + \ln y) - x}.$$

509. Одредити опште решење система диференцијалних једначина

$$x' = 2x - y - 2z$$

$$y' = -x + z$$

$$z' = x + y - z$$

510. Израчунати $\int_{C^+} \frac{z+1}{z^5 - 2z^3 + z} dz$ ако је $C = \{z : |z-1| = \frac{3}{2}\}$.

511. Применом Лапласове трансформације решити интегралну једначину

$$y(x) = e^{-x} \cos x + \int_0^x y(t) dt$$

130. рок – Јануар, 2006.

512. За диференцијалну једначину

$$(\ln y + 2x - 1)y' = 2y$$

одредити интеграциони фактор $\lambda(y)$, а затим решити једначину.

513. Решити парцијалну диференцијалну једначину

$$x(y^2 - 2x^2)z'_x + y(2y^2 - x^2)z'_y = 4z(x^2 - y^2).$$

514. Одредити све аналитичке функције $f : x + iy \rightarrow u(x, y) + iv(x, y)$ за које је

$$v(x, y) = \frac{2xy}{(x^2 + y^2)^2}, \quad (x, y) \neq (0, 0).$$

515. Применом Лапласове трансформације решити једначину

$$y'' - 5y' + 6y = 10e^t \cos t, \quad y(0) = 3, \quad y'(0) = -4.$$

131. рок – Јануар, 2006.

516. За диференцијалну једначину

$$(xe^{y-x} + 1)y' + e^{y-x} + y = 0$$

одредити интеграциони фактор облика $\lambda(x)$, а затим решити једначину.

517. Одредити опште решење диференцијалне једначине

$$y''' - y' = \tanh x.$$

518. Испитати диференцијабилност и аналитичност функције

$$f(z) = z^3 \bar{z}.$$

519. Применом Лапласове трансформације решити једначину

$$y'' + 3y = f(t), \quad f(t) = \begin{cases} 3, & 0 \leq t < 1 \\ 0, & 1 \leq t \end{cases}$$

за $y(0) = 0, \quad y'(0) = 1.$

132. рок – Јануар, 2006.

520. Решити диференцијалну једначину

$$xy'(y - x^2 e^{-y^2}) = 1.$$

521. Одредити опште решење система диференцијалних једначина

$$\begin{aligned} x' &= -x + 2y + 3z \\ y' &= x - 2z \\ z' &= -x + y + 2z \end{aligned}$$

522. Израчунати $\int_{C^-} \frac{e^{-z}}{z^2(z^2 + 2z + 2)} dz$, ако је $C = \{z : |z| = 2\}.$

523. Применом Лапласове трансформације решити једначину

$$y'' + y = f(t), \quad f(t) = \begin{cases} \cos t, & 0 \leq t < \pi \\ 0, & \pi \leq t \end{cases}$$

за $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$

133. рок – Фебруар, 2006.

524. Решити диференцијалну једначину

$$2xyy' = 2y^2 + \sqrt{x^4 + y^4}.$$

525. Одредити опште решење диференцијалне једначине

$$y''' - y'' - y' + y = 16 \cosh x.$$

526. Израчунати $\int_{C^+} \frac{e^{iz}}{z^2(2z^2 - 3iz + 2)} dz$ ако је $C = \{z : |z| = 1\}$.

527. Применом Лапласове трансформације решити једначину

$$y'' - 2y' + 2y = f(t), \quad f(t) = \begin{cases} \sin t - 2 \cos t, & 0 \leq t < \pi \\ 0, & \pi \leq t \end{cases}$$

за $y(0) = 1$, $y'(0) = 2$.

134. рок – Фебруар, 2006.

528. Коришћењем одговарајуће замене решити једначину

$$y' = 2 + \frac{y^2 - 4xy + 4x^2 + 4}{2y - 4x + 3}.$$

529. Одредити опште решење диференцијалне једначине

$$y'' + y = x \cos x.$$

530. Испитати диференцијабилност и аналитичност функције

$$f : z \mapsto ze^{i\bar{z}}.$$

531. Применом Лапласове трансформације решити систем једначина

$$x' + y = 0, \quad y' - 4x = \sin 2t.$$

135. рок – Фебруар, 2006.

532. Решити диференцијалну једначину

$$(x^2 - \ln y)y' = xy.$$

533. Решити систем диференцијалних једначина

$$\frac{dx}{y + xz^2} = \frac{dy}{x + yz^2} = \frac{dz}{z^4 - 1}.$$

534. Одредити све реалне ϕ -је $\alpha(y)$ и $\beta(y)$ за које је функција

$$f : x + iy \mapsto u(x, y) + iv(x, y),$$

где је

$$u(x, y) = (\cos x + \sin x)\alpha(y), \quad v(x, y) = (\cos x - \sin x)\beta(y),$$

свуда аналитичка.

535. Применом Лапласове трансформације решити интегралну једначину

$$y(t) + \int_0^t (y'''(x) + y''(x))e^{x-t} dx = e^t(2 \cos t + \sin t),$$

ако је $y'(0) = y(0) = 0$.

136. рок – Јун, 2006.

536. Користећи одговарајућу смену решити диференцијалну једначину

$$y' + x = x^3 e^{-y}.$$

537. Одредити опште решење система диференцијалних једначина

$$\begin{aligned} x' &= -x - 5z \\ y' &= x + y - z \\ z' &= x + z \end{aligned}$$

538. Израчунати $\int_{C^+} \frac{dz}{z(1 - e^{2z})}$ ако је $C = \{z : |z| = \frac{3}{2}\pi\}$.

539. Применом Лапласове трансформације одредити партикуларно решење једначине

$$y'' - 5y' + 6y = e^t \sin t,$$

за које је $y(0) = 0, y'(0) = 1$.

137. рок – Јун, 2006.

540. За диференцијалну једначину

$$2xydx + (y^2 - 3x^2)dy = 0$$

одредити интеграциони фактор облика $\lambda(y)$, а затим решити једначину.

541. Решити парцијалну диференцијалну једначину

$$(x - y)u'_x + (x - z)u'_y + (z - y)u'_z = 0.$$

542. Одредити све аналитичке функције $f : x + iy \rightarrow u(x, y) + iv(x, y)$ за које је

$$u(x, y) = (\cosh y - \sinh y) \cos x.$$

543. Применом Лапласове трансформације одредити партикуларно решење једначине

$$y''' - y'' - y' + y = 9e^{-2t}$$

ако је $y(0) = y'(0) = 0$ и $y''(0) = -1$.

138. рок – Јун, 2006.

544. Одредити решење диференцијалне једначине

$$yy'' = 2y'(y' + y^4)$$

за које је $y(0) = 1$ и $y'(0) = 2$.

545. Одредити опште решење система диференцијалних једначина

$$\begin{aligned}x' &= x + 2y + z \\y' &= x - z \\z' &= 3x + 3y + 2z\end{aligned}$$

546. Израчунати $\int_{C^+} \frac{\cos 2z}{z(z^2 + 1)} dz$ ако је $C = \{z : |z| = \sqrt{2}\}$.

547. Применом Лапласове трансформације одредити партикуларно решење једначине

$$y'' + 4y' + 4y = \cos 2t$$

ако је $y(0) = y'(0) = 1$.

139. рок – Јун, 2006.

548. Одредити опште решење диференцијалне једначине

$$(y^2 \sin x - 1)dx + 2\frac{x}{y}dy = 0.$$

549. Решити парцијалну диференцијалну једначину

$$(-x + y + z)u'_x + (x - y + z)u'_y + (x + y - z)u'_z = u.$$

550. Одредити све аналитичке функције $f : x + iy \rightarrow u(x, y) + iv(x, y)$ за које је

$$v(x, y) = -\sin 2y \sinh 2x.$$

551. Применом Лапласове трансформације одредити партикуларно решење једначине

$$y'' - 4y' + 5y = f(t), \quad f(t) = \begin{cases} 5, & 0 \leq t < 1 \\ 0, & 1 \leq t \end{cases}$$

за које је $y(0) = 0$ и $y'(0) = 0$.

140. рок – Септембар, 2006.

552. Решити диференцијалну једначину

$$xy' = y \cos \left(\ln \frac{y}{x} \right).$$

553. Одредити опште решење система диференцијалних једначина

$$\begin{aligned} x' &= -x - 2y + z \\ y' &= 2x + 2y - z \\ z' &= 2x + y \end{aligned}$$

554. Израчунати $\int_{C^+} \frac{\sin iz}{\cosh z} dz$ ако је $C = \{z : |z| = 2\}$.

555. Применом Лапласове трансформације решити интегралну једначину

$$\int_0^t e^{t-x} (y''(x) + 4y(x)) dx = t$$

ако је $y(0) = y'(0) = 0$.

141. рок – Септембар, 2006.

556. За диференцијалну једначину

$$(x \sin x + \sin y)dx + \cos y dy = 0$$

одредити интеграциони фактор облика $\lambda(x)$, а затим решити једначину.

557. Решити парцијалну диференцијалну једначину

$$x(\sqrt{y} - \sqrt{z})u'_x + y(\sqrt{z} - \sqrt{x})u'_y + z(\sqrt{x} - \sqrt{y})u'_z = 0.$$

558. Израчунати $\int_{C^+} \frac{\cos z}{z(z-3i)^2} dz$ ако је $C = \{z : |z| = \pi\}$.

559. Применом Лапласове трансформације одредити партикуларно решење једначине

$$y''' - y'' - 2y' = U(t-3)$$

ако је $y(0) = y''(0) = 1$ и $y'(0) = -1$.

142. рок – Септембар, 2006.

560. Одредити опште решење диференцијалне једначине

$$y'^2 = y(y'' - 2y' \ln y)$$

за које је $y(0) = y'(0) = 1$.

561. Одредити опште решење система диференцијалних једначина

$$\begin{aligned}x' &= 3x - y + z \\y' &= -2x + 4y - 2z \\z' &= -2x + 2y\end{aligned}$$

562. Одредити све аналитичке функције $f : x + iy \mapsto u(x, y) + iv(x, y)$ за које је

$$u(x, y) = (x \cos x - y \sin x)e^{-y}.$$

563. Применом Лапласове трансформације одредити партикуларно решење једначине

$$y'' + 3y' + 2y = te^{-t}$$

за које је $y(0) = 0$ и $y'(0) = 2$.

143. рок – Јануар, 2007.

564. Решити диференцијалну једначину

$$y' = \frac{2xy}{y - x^2 + 2y \ln y}.$$

565. Решити парцијалну диференцијалну једначину

$$z^2 y z'_x + z^2 x z'_y = (x - y)^2.$$

566. Одредити аналитичку функцију $f : x + iy \mapsto u(x, y) + iv(x, y)$ такву да је $f(0) = 0$ и

$$u(x, y) = x \operatorname{sh} x \cos y - y \operatorname{ch} x \sin y.$$

567. Применом Лапласове трансформације одредити опште решење система

$$\begin{aligned} x' - x + y &= \sin t \\ y' - 2x + y &= 0. \end{aligned}$$

144. рок – Јануар, 2007.

568. За диференцијалну једначину

$$(2x \sin y + 4 \sin^2 y) dx = (x^2 + 1) \cos y dy$$

одредити интеграциони фактор облика $\lambda(y)$, а затим решити једначину.

569. Одредити опште решење система диференцијалних једначина

$$\begin{aligned} x' &= y \\ y' &= -5x + 2y \\ z' &= x \end{aligned}$$

570. Израчунати $\int_{C^-} \frac{\cosh z}{z(z+i)^2} dz$, ако је $C = \{z : |z| = 2\}$.

571. Применом Лапласове трансформације решити једначину

$$y'' - y = t \sinh t$$

ако је $y(0) = y'(0) = 0$.

145. рок – Април, 2007.

572. Решити диференцијалну једначину

$$(2\sqrt{xy} - y) dx = x dy.$$

573. Одредити опште решење диференцијалне једначине

$$y''' + y'' = x e^{-x}.$$

574. Израчунати $\int_{C^-} \frac{dz}{(z^3 + z) \sin z}$, ако је $C = \{z : |z - i| = \sqrt{2}\}$.

575. Применом Лапласове трансформације решити систем

$$\begin{aligned}x'' - 3x &= 4y \\ y'' + y &= -x,\end{aligned}$$

ако је $x(0) = y(0) = 0$ и $x'(0) = y'(0) = 1$.

146. рок – Април, 2007.

576. Решити диференцијалну једначину

$$x^2 y' = xy + y^2 e^{-x/y}.$$

577. Решити парцијалну диференцијалну једначину

$$x(\ln^2 y - \ln^2 z)u'_x + y(\ln^2 z - \ln^2 x)u'_y + z(\ln^2 x - \ln^2 y)u'_z = 0.$$

578. Одредити све реалне α и β , такве да је ϕ -ја

$$f : x + iy \mapsto \alpha(x)(e^{2y} + e^{-2y}) + i\beta(x)(e^{2y} - e^{-2y})$$

аналитичка на C .

579. Применом Лапласове трансформације одредити партикуларно решење једначине $y'' + 4y = f(t)$ ако је

$$f(t) = \begin{cases} 2, & 0 \leq t < 1 \\ 0, & 1 \leq t \end{cases}$$

и $y(0) = y'(0) = 1$.

147. рок – Април, 2007.

580. За диференцијалну једначину

$$\left(\frac{1-x}{y}\right)dx + \left(2xy + \frac{x}{y} + \frac{x^2}{y^2}\right)dy = 0,$$

одредити интеграциони фактор облика $\lambda(x)$, а затим решити једначину.

581. Одредити решење диференцијалне једначине

$$yy'' - 2yy' \ln y = y'^2$$

ако је $y(0) = y'(0) = 1$.

582. Испитати диференцијабилност и аналитичност ϕ -је $f : z \rightarrow z^3 \bar{z}$.

583. Применом Лапласове трансформације решити систем

$$\begin{aligned}x'' + y' &= -x \\ y'' + x' &= 1,\end{aligned}$$

ако је $x(0) = y(0) = 1$ и $x'(0) = y'(0) = 0$.

148. рок – Јуни, 2007.

584. Решити диференцијалну једначину

$$(1 + x^2)y' - 2xy = 2\sqrt{y(1 + x^2)}.$$

585. Одредити опште решење система диференцијалних једначина

$$\begin{aligned}x' &= 2x - 2y \\ y' &= 2x \\ z' &= 2x - 2z\end{aligned}$$

586. Израчунати $\int_{C^-} \frac{\cos z}{z^4 - z^2} dz$, ако је $C = \{z : |z - 1| = \sqrt{2}\}$.

587. Применом Лапласове трансформације решити једначину

$$y(t) = \cos t + \int_0^t (t - x)y(x)dx.$$

149. рок – Јуни, 2007.

588. Решити диференцијалну једначину

$$\left(\frac{1}{x} - \frac{y^2}{(x - y)^2}\right)dx + \left(\frac{x^2}{(x - y)^2} - \frac{1}{y}\right)dy = 0.$$

589. Решити парцијалну диференцијалну једначину

$$(x^2 - y^2 - z^2)z_x' + 2xyz_y' = 2xz.$$

590. Одредити све аналитичке функције $f : x + iy \mapsto u(x, y) + iv(x, y)$, такве да је

$$v(x, y) = \frac{x - y - 1}{x^2 + y^2 - 2x + 1}.$$

591. Применом Лапласове трансформације решити систем

$$\begin{aligned}x' &= 3x + 2y + 9e^t \\ y' &= x + 2y + 9e^{4t}\end{aligned}$$

ако је $x(0) = y(0) = 0$.

150. рок – Септембар, 2007.

592. За диференцијалну једначину

$$(2x \sin x - y \cot x)dx + (2y \sin x + 1)dy = 0$$

одредити интеграциони фактор облика $\lambda(x)$, а затим решити једначину.

593. Одредити опште решење једначине

$$y''' + y'' + 4y' + 4y = 100xe^x + 20 \cos 2x.$$

594. Израчунати $\int_{C^+} \frac{e^{iz}}{(z^3 + z)^2} dz$, ако је $C = \left\{ z : |z + i| = \frac{3}{2} \right\}$

595. Применом Лапласове трансформације решити систем

$$\begin{aligned} x' - 5x + 4y &= 10 \cos t \\ y' - 3y + 2x &= 10 \sin t \end{aligned}$$

ако је $x(0) = y(0) = 0$.

151. рок – Септембар, 2007.

596. Решити диференцијалну једначину

$$x \cos^2 y dx + (x^2 + 1)dy = 0.$$

597. Одредити опште решење система диференцијалних једначина

$$\begin{aligned} x' &= -x - 2z \\ y' &= -x + y - 3z \\ z' &= x + z \end{aligned}$$

598. Одредити све аналитичке функције $f : x + iy \mapsto u(x, y) + iv(x, y)$, такве да је

$$u(x, y) = e^{2x}(x \cos 2y - y \sin 2y).$$

599. Применом Лапласове трансформације решити једначину

$$y''' - y'' + y' - y = e^{-t},$$

ако је $y(0) = y'(0) = 1, y''(0) = 0$.

152. рок – Октобар, 2007.

600. Решити диференцијалну једначину

$$2ye^{x^2}(y' + xy) = x \sin x.$$

601. Одредити опште решење система диференцијалних једначина

$$x' = 2x + y + 3z$$

$$y' = -x + 2y$$

$$z' = -x + 2z$$

602. Одредити све аналитичке функције $f : x + iy \mapsto u(x, y) + iv(x, y)$, такве да је

$$u(x, y) = \cosh(x + 1) \cos(y - 1).$$

603. Применом Лапласове трансформације решити једначину

$$y'' - 4y' + 3y = 2e^{2t} \cos t$$

ако је $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$.

153. рок – Октобар, 2007.

604. За диференцијалну једначину

$$(x^3 - \sin^2 y)dx + (x^2 y + x \sin 2y)dy = 0$$

одредити интеграциони фактор облика $\lambda(x)$, а затим решити једначину.

605. Одредити опште решење једначине

$$y''' - 2y'' + y' - 2y = xe^x - 5 \cos x.$$

606. Израчунати $\int_{C^+} \frac{e^{\pi z}}{z(z-i)^3} dz$, ако је $C = \{z : |z| = \sqrt{2}\}$

607. Применом Лапласове трансформације решити систем

$$x' = 2x - y + (1+t)e^t$$

$$y' = 2x + (1-t)e^t$$

ако је $x(0) = y(0) = 0$.

154. рок – Јануар, 2008.

608. За диференцијалну једначину

$$(2x + y + \sin 2x + e^{y^2} \sin x)dx + \cos x(\sin x + 2ye^{y^2})dy = 0$$

одредити интеграциони фактор облика $\lambda(x)$, а затим решити једначину.

609. Решити парцијалну диференцијалну једначину

$$(x - 2y + z)u'_x + (z - x)u'_y + zu'_z = 0.$$

610. Израчунати $\int_{C^+} \frac{dz}{(z-1)^2(z^2+1)}$, ако је $C = \{z : |z-1-i| = \sqrt{2}\}$.

611. Применом Лапласове трансформације решити једначину $y''' + y'' + y = \cos t - \sin t$ ако је $y(0) = -1$, $y'(0) = 2$ и $y''(0) = -4$.

155. рок – Јануар, 2008.

612. Решити диференцијалну једначину $y' = \frac{2x}{x^2 \tan y + \cos y}$.

613. Одредити опште решење система диференцијалних једначина

$$\begin{aligned}x' &= x + y + z \\y' &= -x + y \\z' &= x + y + 2z\end{aligned}$$

614. Одредити аналитичку функцију $f : x + iy \mapsto u(x, y) + iv(x, y)$ за коју је $f(0) = 0$ и $v(x, y) = \sinh 2x \cdot \sin 2y$, а затим израчунати $\int_L f(z)dz$, где је L крива која спаја тачке $z_1 = -\pi/4$ и $z_2 = \pi/4$.

615. Применом Лапласове трансформације решити једначину

$$y(t) = f(t) + \frac{1}{2} \int_0^t (t-x)^2 y(x) dx, \quad f(t) = \begin{cases} 0, & 0 \leq t < a \\ 3, & a \leq t \end{cases}, \quad a > 0.$$

156. рок – Април, 2008.

616. Решити диференцијалну једначину $(y - x^2)y' = x$.

617. Матричном методом решити систем диференцијалних једначина

$$\begin{aligned}x' &= 2x + y \\y' &= -6x - 2y + 2z \\z' &= -y + 2z\end{aligned}$$

618. Испитати диференцијабилност функције $f : z \mapsto ze^{i\bar{z}}$.

619. Применом Лапласове трансформације решити једначину

$$y'' + y' - 6y = 6e^{-t} + 36t$$

ако је $y(0) = 0$ и $y'(0) = -6$.

157. рок – Април, 2008.

620. Решити диференцијалну једначину $2x(y^2 - x^2)y' = y(2x^2 + 3y^2)$.

621. Одредити опште решење једначине $y'' - y' = xe^x - 1$.

622. Израчунати $\int_{C^+} \frac{e^z dz}{z^3(z-1)}$ ако је $C = \{z : |z-2| = 3\}$.

623. Применом Лапласове трансформације решити систем

$$x' = x - y + \sin t, \quad y' = x + y + \cos t - \sin t - e^t$$

за који је $x(0) = y(0) = 1$.

158. рок – Јуни, 2008.

624. Решити диференцијалну једначину $y' = \frac{2y}{x+1} + e^x(x+1)$.

625. Одредити опште решење система диференцијалних једначина

$$\begin{aligned} x' &= 2x + y - z \\ y' &= x + 3y - z \\ z' &= 3x - y + 3z \end{aligned}$$

626. Израчунати $\int_{C^-} \frac{\sin z}{z^2 - 2z} dz$, ако је $C = \{z : |z| = 3\}$.

627. Применом Лапласове трансформације решити једначину $y'' - 2y' + y = f(t)$ ако је $y(0) = y'(0) = 1$ и $f(t) = \begin{cases} 0, & t < 1 \\ e^{t-1}, & t \geq 1 \end{cases}$.

159. рок – Јуни, 2008.

628. Решити диференцијалну једначину $y' = \frac{y}{x + e^{1/y}}$.

629. Одредити опште решење парцијалне диференцијалне једначине

$$xy(1+x^2)u'_x + z^2(1+y^2)u'_y + yz(1+x^2)u'_z = 0.$$

630. Израчунати $\int_{C^-} \frac{e^z - 1}{z^2 + 2z} dz$, ако је $C = \{z : |z| = 3\}$.

631. Применом Лапласове трансформације решити једначину $y'' = \int_0^t y(x)dx$ ако је $y(0) = 2$ и $y'(0) = 1$.

160. рок – Септембар, 2008.

632. Решити диференцијалну једначину $(1 + y^2)dx = (\sqrt{1 + y^2} \cos y - xy)dy$.

633. Одредити опште решење парцијалне диференцијалне једначине

$$-x^2 u'_x + (xy - 2z^2)u'_y + xzu'_z = 0.$$

634. Израчунати $\int_{C^+} \frac{\sin z}{(z^2 + 1)^2} dz$ ако је $C = \{z : |z + i| = \sqrt{2}\}$.

635. Применом Лапласове трансформације решити систем

$$x'' + y' = 0, \quad x' - y = 2(\cos t - \sin t)$$

ако је $x(0) = x'(0) = 1$ и $y(0) = -1$.

Септембар, 2008.

636. Решити диференцијалну једначину $\left(y \sin \frac{y}{x} - x\right) dx = x \sin \frac{y}{x} dy$.

637. Одредити опште решење парцијалне диференцијалне једначине

$$xy^2 z'_x + x^2 y z'_y = (x^2 + y^2)z.$$

638. Израчунати $\int_{C^+} \frac{e^z}{(z^2 + 4)^2} dz$ ако је $C = \{z : |z + 2i| = 3\}$.

639. Применом Лапласове трансформације решити систем

$$2x' + y'' = 0, \quad x + y' = -\sin 2t$$

ако је $x(0) = y'(0) = 1$ и $y(0) = 1$.

161. рок – Октобар, 2008.

640. Решити диференцијалну једначину $(y^2 \sin x - 1)dx + 2\frac{x}{y}dy = 0$.

641. Одредити опште решење система диференцијалних једначина

$$\begin{aligned} x' &= x - 3y - z \\ y' &= -x + 2y + z \\ z' &= 2x - 3y - 2z \end{aligned}$$

642. Израчунати $\int_{C^+} \frac{e^z}{z(1-z)^3} dz$ ако је $C = \{z : |z| = 2\}$.

643. Применом Лапласове трансформације одредити партикуларно решење једначине $y'' - 5y' + 6y = e^t \sin t$ ако је $y(0) = 0$ и $y'(0) = 1$.

162. рок – Октобар, 2008.

644. Решити диференцијалну једначину $(x + y - \sqrt{1 + x^2}) dx + \sqrt{1 + x^2} dy = 0$.

645. Одредити опште решење система диференцијалних једначина

$$\begin{aligned}x' &= x + 3y - 3z \\y' &= 2x + 2y - 4z \\z' &= -x - 7y + 5z\end{aligned}$$

646. Израчунати $\int_{C^+} \frac{\cos 2z}{z^2(z^2 + i)} dz$, ако је $C = \{z : |z| = \sqrt{2}\}$.

647. Применом Лапласове трансформације одредити партикуларно решење једначине $y'' + 4y' + 4y = \cos 2t$ ако је $y(0) = 0$ и $y'(0) = 1$.

163. рок – Јануар, 2009.

648. Одредити партикуларно решење једначине $y' + \frac{y}{2x} = \frac{\cos x}{y}$ које задовољава услов $y(\pi/2) = 2$.

649. Одредити опште решење диференцијалне једначине $y''' - y' = \frac{1}{\sinh x}$.

650. Одредити све аналитичке функције $f : x + iy \mapsto u(x, y) + iv(x, y)$ за које је $v(x, y) = \arctan \frac{y-1}{x+1}$.

651. Применом Лапласове трансформације решити једначину

$$y'(t) + 2 \cos t = \int_0^t (y'''(x) - y(x)) e^{t-x} dx$$

ако је $y(0) = y'(0) = y''(0) = 0$.

164. рок – Јануар, 2009.

652. Решити диференцијалну једначину

$$(\ln y + 3x^2 y^2) dx = \left(2y(1 - x^3) - \frac{x}{y} \right) dy.$$

653. Одредити опште решење система диференцијалних једначина

$$\begin{aligned}x' &= 5x + y - z \\y' &= -2x + y + z \\z' &= 3x + 2z\end{aligned}$$

654. Израчунати $\int_{C^+} \frac{e^{\pi z/2}}{z^4 + 9z^2} dz$ ако је $C = \{z : |z - 2i| = 3\}$.

655. Применом Лапласове трансформације решити систем једначина

$$x'' + 2x + 4y = -18 \sin 2t, \quad y'' - x - 3y = -7t$$

ако је $x(0) = x'(0) = y(0) = 0$ и $y'(0) = 5$.

165. рок – Април, 2009.

656. За диференцијалну једначину

$$\left(\frac{x^2 y}{\sqrt{1+x^2}} + 2x^2 y - y \right) dx + \left(x\sqrt{1+x^2} + x^3 - x \ln x \right) dy = 0$$

одредити интеграциони фактор облика $\lambda(x)$, а затим решити ту једначину.

657. Решити систем диференцијалних једначина

$$\frac{dx}{y+t} = \frac{dy}{x+t} = \frac{dt}{x+y}.$$

658. Израчунати $\int_{C^+} \frac{e^z}{z^4 + z^2} dz$ ако је $C = \{z : |z + i| = 3/2\}$.

659. Применом Лапласове трансформације решити систем једначина

$$x' - x + y'' - y = e^{-t}, \quad x' + x + y'' + 3y' + 2y = 2e^t$$

ако је $x(0) = y(0) = 0$ и $y'(0) = -1$.

166. рок – Април, 2009.

660. Решити диференцијалну једначину $y' = \frac{y+3}{x+1} + \tan \frac{y-3x}{x+1}$.

661. Решити систем диференцијалних једначина

$$\frac{dx}{x} = \frac{dy}{2x^2 - 2z^2} = \frac{dz}{-z}.$$

662. Одредити аналитичку функцију $f : x + iy \mapsto u(x, y) + iv(x, y)$ за коју је $v(x, y) = \frac{y-3}{x^2 + y^2 - 6y + 9}$ и $f(1 + 3i) = i$.

663. Применом Лапласове трансформације решити једначину

$$\int_0^t (y''(x) + y'(x) + 5)e^{-3t+3x} dx = -7e^{-3t}$$

ако је $y(0) = 4$ и $y'(0) = 3$.

167. рок – Април, 2009.

664. Решити диференцијалну једначину $(2x + 3y - 5)dx = (x - y)dy$.

665. Одредити опште решење система диференцијалних једначина

$$\begin{aligned}x' &= x - 3y - z \\y' &= -x + 2y + z \\z' &= 2x - 3y - 2z\end{aligned}$$

666. Одредити све аналитичке функције $f : x + iy \mapsto u(x, y) + iv(x, y)$ за које је $u(x, y) = (x \cos y - y \sin y)e^x$.

667. Применом Лапласове трансформације решити једначину $y'' - 4y' + 5y = 5t + 1$ ако је $y(0) = y'(0) = 2$.

168. рок – Јуни, 2009.

668. За диференцијалну једначину

$$(y \ln y + y^2 \cos x)dx + (x + y \sin x)dy = 0$$

одредити интеграциони фактор облика $\lambda(y)$, а затим решити ту једначину.

669. Одредити опште решење једначине

$$y''' + 2y'' + y' + 2y = 10(e^{2x} + \sin x).$$

670. Израчунати $\int_{C^-} \frac{e^z}{z^3 - z^2 - z + 1} dz$ ако је $C = \{z : |z| = \sqrt{2}\}$.

671. Применом Лапласове трансформације решити систем

$$x' = x - y, \quad y' = 2x + 3y + e^t$$

ако је $x(0) = 1$ и $y(0) = 0$.

169. рок – Јуни, 2009.

672. Решити диференцијалну једначину $e^x y' = 2(y + \sqrt{y})$.

673. Одредити опште решење система диференцијалних једначина

$$\begin{aligned}x' &= 2x + y \\y' &= -2x - z \\z' &= 3x + 3y + z\end{aligned}$$

674. Израчунати $\int_{C^-} \frac{e^z}{z^4 - 1} dz$, ако је $C = \{z : |z - 1 - i| = \sqrt{2}\}$.

675. Применом Лапласове трансформације решити једначину $y'' - 2y' + y = 4e^t + 25e^{-t} \sin t$ ако је $y(0) = 5$ и $y'(0) = 1$.

170. рок – Септембар, 2009.

676. Решити диференцијалну једначину $(y\sqrt{y} + 1)dx + \sqrt{y} \sin^2 x dy = 0$.

677. Одредити опште решење система диференцијалних једначина

$$\begin{aligned}x' &= x - y \\y' &= 2x - z \\z' &= 2x - y\end{aligned}$$

678. Одредити све аналитичке функције $f : x + iy \mapsto u(x, y) + iv(x, y)$ за које је $v(x, y) = (x \cos y - y \sin y)e^x$.

679. Применом Лапласове трансформације решити једначину $y^{iv} + y''' = 3e^{-t}$ ако је $y(0) = y'(0) = y''(0) = y'''(0) = 0$.

Септембар, 2009.

680. Решити диференцијалну једначину $y'(x + y^3 e^y) - y = 0$.

681. Одредити опште решење парцијалне диференцијалне једначине

$$2xyz'_x + (x^2 + y^2)z'_y = (x + y)z.$$

682. Израчунати $\int_{C^+} \frac{e^{iz}}{z(z^2 + 1)^2} dz$ ако је $C = \{z : |z - i| = 3/2\}$.

683. Применом Лапласове трансформације решити једначину $y^{iv} - y''' = 3e^t$ ако је $y(0) = y'(0) = y''(0) = y'''(0) = 0$.

171. рок – Октобар, 2009.

684. Решити диференцијалну једначину $x(x \cos y - \tan y)dy = dx$.

685. Одредити опште решење система диференцијалних једначина

$$\begin{aligned}x' &= 3x - y \\y' &= -2x + 3y + z \\z' &= 3x - 3y + 2z\end{aligned}$$

686. Израчунати $\int_{C^+} \frac{e^{\pi z}}{z^4 + z^2} dz$ ако је $C = \{z : |2z + i| = 2\}$.

687. Применом Лапласове трансформације решити једначину $y''' + y' = 2 \cosh t$ ако је $y(0) = y'(0) = y''(0) = 1$.

172. рок – Октобар, 2009.

688. Решити диференцијалну једначину $x(x^2 \cos y - \tan y) dy = 2dx$.

689. Одредити опште решење система диференцијалних једначина

$$\begin{aligned}x' &= 5x + y - z \\y' &= -2x + y + z \\z' &= 3x + 2z\end{aligned}$$

690. Израчунати $\int_{C^+} \frac{e^{\pi z}}{z^6 - z^2} dz$ ако је $C = \{z : |2z - i| = 2\}$.

691. Применом Лапласове трансформације решити систем једначина

$$x'' - 3x + 2y = 0, \quad y'' - 8x + 5y = 0$$

ако је $x(0) = y(0) = 0$ и $x'(0) = y'(0) = 1$.

173. рок – Јануар, 2010.

692. За диференцијалну једначину

$$(xy^2 + y \sin 2x) dx + (y^3 - \sin^2 x) dy = 0$$

одредити интеграциони фактор $\lambda(y)$, а затим решити ту једначину.

693. Решити систем диференцијалних једначина

$$\begin{aligned}x' &= x - y + 1 \\y' &= -4x + y + t.\end{aligned}$$

694. Израчунати $\int_{C^+} \frac{\sin z dz}{4z^3 - 4\pi z^3 + \pi^2 z^2}$ ако је $C = \{z : |z| = 2\}$.

695. Применом Лапласове трансформације решити једначину

$$y''' - 3y'' + 3y' - y = te^t$$

ако је $y(0) = -1$ и $y'(0) = y''(0) = 0$.

174. рок – Јануар, 2010.

696. Решити диференцијалну једначину $xy' = y + \frac{x+y}{2} \ln \frac{x+y}{x}$.

697. Решити систем диференцијалних једначина

$$\begin{aligned}x' + 2x + 4y &= 4t \\ y' + x - y &= t^2.\end{aligned}$$

698. Одредити аналитичку функцију $f : x + iy \mapsto u(x, y) + iv(x, y)$ ако је

$$v(x, y) = \sin x(chy - shy), \quad f(0) = 0.$$

699. Применом Лапласове трансформације решити једначину

$$y''' + 3y'' + 3y' + y = te^{-t}$$

ако је $y(0) = 1$ и $y'(0) = y''(0) = 0$.

175. рок – Април, 2010.

700. Решити диференцијалну једначину $y \cos \left(\ln \frac{y}{x} \right) dx + x dy = 0$.

701. Одредити опште решење система диференцијалних једначина

$$\begin{aligned}x' &= 2x + y \\ y' &= -4x + 8z \\ z' &= x\end{aligned}$$

702. Одредити све аналитичке функције $f : x + iy \mapsto u(x, y) + iv(x, y)$ за које је $v(x, y) = (y \cos 3x + x \sin 3x)e^{-3y}$.

703. Применом Лапласове трансформације решити интегралну једначину

$$\int_0^t e^{t-x} (y''(x) + 4y(x)) dx = t$$

ако је $y(0) = y'(0) = 0$.

176. рок – Април, 2010.

704. За диференцијалну једначину $2ydx = (\ln y + 2x - 1)dy$ одредити интеграциони фактор облика $\lambda(y)$, а затим решити ту једначину.

705. Решити парцијалну диференцијалну једначину

$$-x^2 u'_x + (xy - 5z^5)u'_y + xzu'_z = 0.$$

706. Израчунати $\int_{C^-} \frac{e^z - 1}{z(z^2 + 4)^2} dz$ ако је $C = \{z : |z - i| = \sqrt{2}\}$.

707. Применом Лапласове трансформације одредити партикуларно решење једначине $y'' + 3y' + 2y = te^{-t}$ за које је $y(0) = 0$ и $y'(0) = 2$.

177. рок – Јуни, 2010.

708. За диференцијалну једначину

$$(xy \cos x + y \ln y)dx + (x + y - 1)dy = 0$$

одредити интеграциони фактор облика $\lambda(y)$, а затим решити ту једначину.

709. Одредити опште решење парцијалне диференцијалне једначине

$$(-2x + y + 3z)z'_x + (3z - y)z'_y = z.$$

710. Израчунати $\int_{C^+} \frac{dz}{(2z - \pi)^2 \sin z}$ ако је $C = \{z : |z| = 2\}$.

711. Применом Лапласове трансформације решити систем

$$x' = x + y - \cos t, \quad y' = -2x - y + \sin t + \cos t$$

ако је $x(0) = y(0) = 1$.

178. рок – Јуни, 2010.

712. Решити диференцијалну једначину $(y^2 \cos^2 x - x)dx + 2xy \cos^2 x dy = 0$.

713. Одредити опште решење система диференцијалних једначина

$$\begin{aligned} x' &= -x + 3y - z \\ y' &= -x + y + z \\ z' &= x - 2y \end{aligned}$$

714. Одредити све аналитичке функције $f : x + iy \mapsto u(x, y) + iv(x, y)$ за које је $v(x, y) = e^{2xy} \sin(y^2 - x^2)$.

715. Применом Лапласове трансформације решити једначину $y''' + 3y'' + 3y' + y = 6te^{-t}$ ако је $y(0) = 1$, $y'(0) = -2$ и $y''(0) = 4$.

179. рок – Септембар, 2010.

716. За диференцијалну једначину

$$\cos^2 y dx + x(\sin 2y + x \tan y) dy = 0$$

одредити интеграциони фактор облика $\lambda(x)$, а затим решити ту једначину.

717. Одредити опште решење система диференцијалних једначина

$$x' = -2x + 3y - 5z$$

$$y' = -x + 2y - 3z$$

$$z' = x - y + z$$

718. Одредити све аналитичке функције $f : x + iy \mapsto u(x, y) + iv(x, y)$ за које је $v(x, y) = \frac{x - y}{x^2 + y^2}$.

719. Применом Лапласове трансформације решити једначину $y''' - 2y'' + y' - 2y = e^{-2t}$ ако је $y(0) = 1$, $y'(0) = 2$ и $y''(0) = 0$.

180. рок – Септембар, 2010.

720. За диференцијалну једначину

$$y(\sin 2x + y \tan x) dx + \cos^2 x dy = 0$$

одредити интеграциони фактор облика $\lambda(y)$, а затим решити ту једначину.

721. Одредити опште решење система диференцијалних једначина

$$x' = x - y + z$$

$$y' = -3x + 2y - z$$

$$z' = -5x + 3y - 2z$$

722. Одредити све аналитичке функције $f : x + iy \mapsto u(x, y) + iv(x, y)$ за које је $u(x, y) = \frac{x + y}{x^2 + y^2}$.

723. Применом Лапласове трансформације решити једначину $y''' - 2y'' + y' - 2y = 5e^{-2t}$ ако је $y(0) = 5$, $y'(0) = 10$ и $y''(0) = 0$.

181. рок – Октобар, 2010.

724. Решити диференцијалну једначину $x^2 \cos y dx + (x^3 + 1) dy = 0$.

725. Одредити опште решење парцијалне диференцијалне једначине

$$x(z \sin z - y \sin y)u'_x + y(x \sin x - z \sin z)u'_y + z(y \sin y - x \sin x)u'_z = 0.$$

726. Израчунати $\int_{C^+} \frac{dz}{z^5 - z^3}$ ако је $C = \{z : |z - 1| = \sqrt{2}\}$.

727. Применом Лапласове трансформације решити систем

$$x' - 3x + 2y = 4 \cos t, \quad y' - 2y + x = -\sin t$$

ако је $x(0) = 2$ и $y(0) = 0$.

182. рок – Октобар, 2010.

728. Решити диференцијалну једначину $(y^3 + 1)dx + y^2 \cos x dy = 0$.

729. Одредити опште решење парцијалне диференцијалне једначине

$$x(y \cos y - z \cos z)u'_x + y(z \cos z - x \cos x)u'_y + z(x \cos x - y \cos y)u'_z = 0.$$

730. Израчунати $\int_{C^-} \frac{dz}{z^5 - z^3}$ ако је $C = \{z : |z + 1| = \sqrt{2}\}$.

731. Применом Лапласове трансформације решити систем

$$x' - 2x + y = -\sin t, \quad y' - 3y + 2x = 4 \cos t$$

ако је $x(0) = 0$ и $y(0) = 2$.

183. рок – Новембар, 2010.

732. Решити диференцијалну једначину $x^2 dy + (3 - 2xy)dx = 0$.

733. Решити парцијалну диференцијалну једначину

$$(x + y)u'_x + (x - y)u'_y + 2yu'_z = 0.$$

734. Израчунати $\int_{C^+} \frac{\cos z dz}{1 + e^z}$ ако је $C = \{z : |z| = 4\}$.

735. Применом Лапласове трансформације решити систем

$$x' = x - y, \quad y' = y - 4x$$

ако је $x(0) = 0$ и $y(0) = 1$.

184. рок – Јануар, 2011.

736. Решити диференцијалну једначину $(y' - 6xy^{2/3})(x^2 + 1) = 6xy$.

737. Одредити опште решење система диференцијалних једначина

$$\begin{aligned}x' &= x - 5y - t^2 \\y' &= 2x - y - 2t^2.\end{aligned}$$

738. Израчунати $\int_{C^+} \frac{e^z dz}{z^3(z^2 - 1)}$ ако је $C = \{z : |z + 1| = \sqrt{2}\}$.

739. Применом Лапласове трансформације решити једначину

$$2y'(t) - \int_0^t (x - t)^2 y(x) dx = u(t - 1),$$

где је u јединична одскочна функција и где је $y(0) = 0$.

185. рок – Јануар, 2011.

740. Решити диференцијалну једначину $(y^2 + xy - x^2)dx = (x^2 + 2xy)dy$.

741. Одредити опште решење система диференцијалних једначина

$$x' = \frac{xt}{t^2 - x^2 - y^2}, \quad y' = \frac{yt}{t^2 - x^2 - y^2}.$$

742. Одредити функцију $f : x + iy \mapsto u(x, y) + iv(x, y)$, аналитичку на $C \setminus \{0\}$, ако је $f(1) = 1$ и $v(x, y) = 2xy - y - \frac{y}{x^2 + y^2}$.

743. Применом Лапласове трансформације решити једначину

$$y'' - 2y' + 5y = f(t)$$

ако је $f(t) = \begin{cases} 0, & t < 1 \\ 25(t - 1), & t \geq 1 \end{cases}$ и $y(0) = y'(0) = 0$.

186. рок – Јануар, 2011.

744. Решити диференцијалну једначину $(y' - 3xy^{1/3})(x^2 + 1) = 3xy$.

745. Одредити опште решење система диференцијалних једначина

$$\begin{aligned}x' &= -x + 2y - 2t^2 \\y' &= -5x + y - t^2.\end{aligned}$$

746. Израчунати $\int_{C^+} \frac{e^z dz}{z^3(z^2 - 1)}$ ако је $C = \{z : |z + 1| = \sqrt{3}\}$.

747. Применом Лапласове трансформације решити једначину

$$2y'(t) = u(t-1) + \int_0^t x^2 y(t-x) dx,$$

где је u јединична одскочна функција и где је $y(0) = 0$.

187. рок – Јануар, 2011.

748. Решити диференцијалну једначину $(y^2 + 2xy)dx = (x^2 + xy - y^2)dy$.

749. Одредити опште решење система диференцијалних једначина

$$x' = \frac{xt}{t^2 - xy}, \quad y' = \frac{yt}{t^2 - xy}.$$

750. Одредити функцију $f : x + iy \mapsto u(x, y) + iv(x, y)$, аналитичку на $C \setminus \{0\}$, ако је $f(1) = 1$ и $u(x, y) = x^2 - y^2 - x + \frac{x}{x^2 + y^2}$.

751. Применом Лапласове трансформације решити једначину

$$y'' - 2y' + 5y = g(t)$$

ако је $f(t) = \begin{cases} 0, & t < 2 \\ 25(t-2), & t \geq 2 \end{cases}$ и $y(0) = y'(0) = 0$.

188. рок – Фебруар 2011.

752. Одредити решење диференцијалне једначине $2xy'' = x^2 y'^3 - 3y'$ које задовољава услов $y(1) = y'(1) = 1$.

753. Одредити опште решење система диференцијалних једначина

$$\begin{aligned} x' &= 3x + y - z \\ y' &= -4x - y + 2z \\ z' &= 2x + y \end{aligned}$$

754. Одредити све аналитичке функције $f : x + iy \mapsto u(x, y) + iv(x, y)$ ко је $u(x, y) = e^{-y} \cos x - e^{-x} \sin y$.

755. Применом Лапласове трансформације решити једначину

$$y''' - 3y'' + 2y' = 4e^{2t}$$

ако је $y(0) = 0$ и $y'(0) = y''(0) = -1$.

189. рок – Фебруар, 2011.

756. Одредити решење диференцијалне једначине $y'^2 = y(y'' - 2y' \ln y)$ које задовољава услов $y(0) = y'(0) = 1$.

757. Одредити опште решење система диференцијалних једначина

$$\begin{aligned}x' &= x - y \\y' &= -x + 2y + 3z \\z' &= x - 2y - 2z\end{aligned}$$

758. Израчунати $\int_{C^+} \frac{e^{\pi z} - 1}{(z^3 + z)^2} dz$ ако је $C = \{z : |z + i| = e\}$.

759. Применом Лапласове трансформације решити једначину

$$y'' + y' = 4te^{-2t}$$

ако је $y(0) = 0$ и $y'(0) = 1$.

190. рок – Јуни, 2011.

760. Решити диференцијалну једначину $xy' = 2\sqrt{y}(x^2 + 2\sqrt{y})$.

761. Одредити опште решење парцијалне диференцијалне једначине

$$\begin{aligned}x' &= x + y \\y' &= -y + z \\z' &= -4x - 6y + 2z\end{aligned}$$

762. Израчунати $\int_{C^+} \frac{dz}{shz}$ ако је $C = \{z : |z| = 5\}$.

763. Применом Лапласове трансформације решити једначину $y'' + y' = 4\sin^2 t$ ако је $y(0) = y'(0) = 1$.

191. рок – Јуни, 2011.

764. Решити диференцијалну једначину $y'(4\sin^3 y + x \cot y) = 1$.

765. Одредити опште решење парцијалне диференцијалне једначине

$$xyz'_x + (x^2 - xy + y^2)z'_y = (x + y)^2.$$

766. Одредити аналитичку функцију $f : x + iy \mapsto u(x, y) + iv(x, y)$ за коју је $u(x, y) = ch2y \cdot \cos 2x$ и $f(0) = 1 + i$.

767. Применом Лапласове трансформације одредити опште решење једначине

$$y'' + y = te^t + 4\sin t.$$

192. рок – Септембар, 2011.

768. Решити диференцијалну једначину $y^2 + x^2 y' = xy y'$.

769. Одредити опште решење диференцијалне једначине

$$y'' - 4y' + 5y = \frac{e^{2x}}{\sin^2 x}.$$

770. Решити парцијалну диференцијалну једначину

$$(x^2 - 2y^2 - 2z^2)z'_x + 3xyz'_y = 3xz.$$

771. Применом Лапласове трансформације решити систем

$$x' + x = y + e^t, \quad y' + y = x + e^t$$

ако је $x(0) = 1$ и $y(0) = 3$.

193. рок – Октобар, 2011.

772. Решити диференцијалну једначину $y' = y^4 \cos x + y \tan x$.

773. Одредити опште решење парцијална диференцијалне једначине

$$(2x - y^2 - z^2)u'_x + 2yu'_y + 2zu'_z = 0.$$

774. Одредити аналитичку функцију $f : x + iy \rightarrow u(x, y) + iv(x, y)$ ако је $u(x, y) = x^2 - y^2 - x$ и $f(0) = i$.

775. Применом Лапласове трансформације решити једначину

$$y'' + 2y' + y = 2 \cos^2 t$$

ако је $y(0) = y'(0) = 0$.

194. рок – Јануар, 2012.

776. Решити диференцијалну једначину

$$(1 + y^2)dx = (\sqrt{1 + y^2} \cos y - xy)dy.$$

777. Одредити опште решење система диференцијалних једначина

$$x' = 2x - y + 2z$$

$$y' = x + 2z$$

$$z' = -2x + y - z.$$

778. Одредити аналитичку функцију $f : x + iy \rightarrow u(x, y) + iv(x, y)$ ако је $v(x, y) = 2xy + 2x$ и $f(0) = 0$, а затим израчунати $\int_{C^+} f(z)dz$, где је $C = \{z : |z + i| = 1\}$.

779. Применом Лапласове трансформације решити једначину

$$y'' + y' = 4 \sin^2 t$$

ако је $y(0) = 0$ и $y'(0) = -1$.

195. рок – Јануар, 2012.

780. Решити диференцијалну једначину $(x^2 - 4)y' + (x + 2)y^2 - 4y = 0$.

781. Одредити опште решење парцијалне диференцијалне једначине

$$(y^2 - x^2 - yz)z'_x + (y^2 - x^2 - xz)z'_y = z(y - x).$$

782. Одредити аналитичку функцију $f : x + iy \mapsto u(x, y) + iv(x, y)$ ако је $u(x, y) = x^2 - y^2 + 2y - 1$ и $f(0) = -1$, а затим израчунати $\int_{C^+} f(z)dz$, где је $C = \{z : |z - i| = 1\}$.

783. Применом Лапласове трансформације решити систем

$$\begin{aligned} 2x'' - x' + 9x - y'' - y' - 3y &= 0 \\ 2x'' + x' + 7x - y'' + y' - 5y &= 0. \end{aligned}$$

ако је $x(0) = x'(0) = 1$ и $y(0) = y'(0) = 0$.

196. рок – Фебруар 2012.

784. За диференцијалну једначину

$$2(y - x)dx + x(2y - x + 2)dy = 0$$

одредити интеграциони фактор облика $\lambda(y)$, а затим решити једначину.

785. Одредити опште решење система диференцијалних једначина

$$\begin{aligned} x' &= x + 2y - 2z \\ y' &= -2x - y + 2z \\ z' &= -x + z. \end{aligned}$$

786. Израчунати $\int_{C^+} \frac{\sin \pi z}{z^5 + 2z^3 + z} dz$, где је $C = \{z : |z| = \sqrt{2}\}$.

787. Применом Лапласове трансформације решити једначину

$$y'' + 4y' + 5y = 2e^{-2t} \cos t$$

ако је $y(0) = 1$ и $y'(0) = y''(0) = -4$.

197. рок – Фебруар, 2012.

788. Решити диференцијалну једначину

$$xy' = xe^{y/x} + y + x.$$

789. Одредити опште решење диференцијалне једначине

$$y'' + y = x^2 + x + 1 + \sin x.$$

790. Израчунати $\int_{C^+} \frac{e^{\frac{\pi}{2}z}}{z^4 + z^2} dz$ ако је $C = \{z : |z + i| = \sqrt{2}\}$.

791. Применом Лапласове трансформације решити систем

$$\begin{aligned}x' &= 5x - 3y + te^{2t} \\ y' &= 3x - y + e^{2t}.\end{aligned}$$

198. рок – Јуни, 2012.

792. Решити диференцијалну једначину $xy' = y \cos \ln \frac{y}{x}$.

793. Одредити опште решење система диференцијалних једначина

$$\begin{aligned}x' &= -x + 2z \\ y' &= 5x - y - 5z \\ z' &= -2x + y + 3z.\end{aligned}$$

794. Израчунати $\int_{C^+} \frac{e^z dz}{z^3 - z^2 - z + 1}$ ако је $C = \{z : |z| = e\}$.

795. Применом Лапласове трансформације решити једначину

$$y'' - y' - 6y = 36te^t$$

ако је $y(0) = 1$ и $y'(0) = -1$.

199. рок – Јуни, 2012.

796. За диференцијалну једначину

$$2(y \sin x + \sin y)dx + (\sin x - \cos x + 2 \cos y)dy = 0$$

одредити интеграциони фактор облика $\lambda(x)$, а затим решити једначину.

797. Одредити опште решење парцијалне диференцијалне једначине

$$z(x+y)u'_x + z(y-x)u'_y - (x^2+y^2)u'_z = 0.$$

798. Израчунати $\int_{C^+} \frac{dz}{\cosh z}$ ако је $C = \{z : |z| = 2\}$.

799. Применом Лапласове трансформације решити систем

$$\begin{aligned}x' &= x + y + 4t \\ y' &= -5x - y.\end{aligned}$$

200. рок – Септембар, 2012.

800. Решити диференцијалну једначину $xy' - y = -2(yu' + x)$.

801. Одредити опште решење парцијалне диференцијалне једначине

$$x(\sqrt{y} - \sqrt{z})u'_x + y(\sqrt{z} - \sqrt{x})u'_y + z(\sqrt{x} - \sqrt{y})u'_z = 0.$$

802. Израчунати $\int_{C^+} \frac{dz}{\sin iz}$ ако је $C = \{z : |z| = 4\}$.

803. Применом Лапласове трансформације решити систем

$$x' - y = e^t, \quad y' + x = \sin t$$

ако је $x(0) = 1$ и $y(0) = 0$.

201. рок – Октобар, 2012.

804. Решити диференцијалну једначину $(y - y^3 \sin x)dx = 2xdy$.

805. Одредити опште решење система диференцијалних једначина

$$\begin{aligned}x' &= 3x + 8y - 8z \\ y' &= -x - 2y + 2z \\ z' &= -y + z.\end{aligned}$$

806. Израчунати $\int_{C^+} \frac{dz}{z^2 + 1}$ ако је крива C граница области $D = \{z : |z| < 2, \operatorname{Im}(z) > 0\}$.

807. Применом Лапласове трансформације решити једначину

$$\int_0^t [y''(x) + 4y(x)]e^{t-x} dx = 1$$

ако је $y(0) = 0$ и $y'(0) = 1$.

202. рок – Јануар, 2013.

808. Решити диференцијалну једначину

$$y'yx = y^2 + x^3 \cos x.$$

809. Одредити опште решење система диференцијалних једначина

$$\begin{aligned}x' &= 3x - y + 3z \\y' &= -x + 3y + z \\z' &= -x + y + 2z.\end{aligned}$$

810. Одредити аналитичку функцију $f : x + iy \rightarrow u(x, y) + iv(x, y)$ ако је

$$v(x, y) = e^x \sin y + \cos x \sinh y, \quad f(0) = 0.$$

811. Применом Лапласове трансформације решити једначину

$$\int_0^t e^{t-x} (y''(x) - y'(x) + y(x)) dx = t$$

ако је $y(0) = y'(0) = 0$.

203. рок – Јануар, 2013.

812. Решити диференцијалну једначину $\frac{dy}{dx} = \frac{x + y + 1}{y^2 - x - 3}$.

813. Одредити опште решење система диференцијалних једначина

$$\begin{aligned}x' &= -y + z \\y' &= 3x + 2y + 3z \\z' &= 2x + y + z.\end{aligned}$$

814. Израчунати $\int_{C_-} \frac{e^{\pi z} - 1}{z^4 + z^2} dz$ ако је $C = \{z : |z - i| = \sqrt{2}\}$.

815. Применом Лапласове трансформације решити једначину

$$y''' - y'' = te^t$$

ако је $y(0) = 0$, $y'(0) = -1$ и $y''(0) = 1$.

204. рок – Фебруар 2013.

816. Решити диференцијалну једначину $(x^3 + e^y)y' = 3x^2$.

817. Одредити опште решење диференцијалне једначине

$$y''' - 2y'' + y' - 2y = -15e^{2x} + 12\cos 2x.$$

818. Израчунати $\int_{C^+} \frac{e^{\pi z}}{4z^4 + z^2} dz$, где је $C = \{z : |2z - i| = 3/2\}$.

819. Применом Лапласове трансформације решити једначину $y'' + 3y = g(t)$ ако је

$$y(0) = 0, \quad y'(0) = 1, \quad g(t) = \begin{cases} 3t, & 0 \leq t < 1 \\ 0, & 1 \leq t. \end{cases}$$

205. рок – Фебруар, 2013.

820. За диференцијалну једначину

$$(x \sin y + y \cos y)dx + (x \cos y - y \sin y)dy = 0$$

одредити интеграциони фактор облика $\lambda(x)$, а затим решити једначину.

821. Одредити опште решење парцијалне диференцијалне једначине

$$(1 - x^2)u'_x + (xy - z)u'_y + (xz - y)u'_z = 0.$$

822. Одредити све аналитичке функције $f : x + iy \mapsto u(x, y) + iv(x, y)$ за које је

$$u(x, y) = \frac{y + 2}{x^2 + y^2 + 4y + 4}.$$

823. Применом Лапласове трансформације решити систем

$$\begin{aligned} x'' &= 3(y - x + \cos t) \\ y'' &= x - y \end{aligned}$$

ако је $x(0) = x'(0) = y(0) = 0$ и $y'(0) = -1$.

206. рок – Јуни, 2013.

824. Решити диференцијалну једначину $\frac{y'}{2} - \frac{\sqrt{y}}{\sin^2 x} = -\frac{y}{x}$.

825. Одредити опште решење парцијалне диференцијалне једначине

$$2xyz'_x + (x^2 + y^2)z'_y = x + y.$$

826. Израчунати $\int_{C^+} \frac{e^{\pi z}}{z^4 + z^2}$ ако је $C = \{z : |z + 1 + i| = 2\}$.

827. Применом Лапласове трансформације одредити опште решење диференцијалне једначине

$$y'' + 4y' + 4y = 8e^{-2t}.$$

207. рок – Јуни, 2013.

828. За диференцијалну једначину

$$(y + x \sin y)dx + (x \ln x + x^2 \cos y)dy = 0$$

одредити интеграциони фактор облика $\lambda(x)$, а затим решити једначину.

829. Одредити опште решење система диференцијалних једначина

$$\begin{aligned}x' &= 7y - 6z \\y' &= x + y - z \\z' &= 2x - y.\end{aligned}$$

830. Одредити опште решење диференцијалне једначине

$$y''' - 4y' + 4y = 6xe^{2x} - 4x.$$

831. Применом Лапласове трансформације решити једначину

$$y(t) = e^t - 2 \int_0^t y(x) \cos(t - x) dx.$$

208. рок – Септембар, 2013.

832. Решити диференцијалну једначину $y'(x + \sqrt{x^2 + y^2}) = y$.

833. Одредити опште решење система диференцијалних једначина

$$\begin{aligned}x' &= x - 7z \\y' &= x - y - z \\z' &= x - 2y + z.\end{aligned}$$

834. Израчунати $\int_{C^+} \frac{dz}{z(e^{2z} - 1)}$ ако је $C = \{z : |z| = 4\}$.

835. Применом Лапласове трансформације решити једначину

$$ty(t) - 2 \int_0^t y(x) dx = 0$$

ако је $y(1) = -2$.

209. рок – Октобар, 2013.

836. За диференцијалну једначину

$$(xy^2 + y \sin 2x)dx + (y^3 - \sin^2 x)dy = 0$$

одредити интеграциони фактор $\lambda(y)$, а затим решити једначину.

837. Одредити опште решење парцијалне диференцијалне једначине

$$\sin^2 y \cdot u'_x + \cos^2 y \cdot u'_y + e^z \cdot u'_z = 0.$$

838. Одредити све аналитичке функције $f : x + iy \mapsto u(x, y) + iv(x, y)$ за које важи

$$u(x, y) = -\sin 3y \cdot \cosh 3x.$$

839. Применом Лапласове трансформације одредити опште решење диференцијалне једначине

$$y'' + 4y' + 5y = 10.$$

210. рок – Јануар, 2014.

840. Решити диференцијалну једначину

$$(x^2 + 2xy - y^2)dx = (x^2 - 2xy - y^2)dy.$$

841. Одредити опште решење система диференцијалних једначина

$$x' = 1 - \frac{1}{y}, \quad y' = \frac{1}{x - t}.$$

842. Одредити све аналитичке функције $f : x + iy \mapsto u(x, y) + iv(x, y)$ за које важи

$$u(x, y) = (\cosh y - \sinh y) \cos x.$$

843. Применом Лапласове трансформације решити једначину

$$y'(t) + 5 \int_0^t y(x) \cos(2t - 2x) dx = \sin 2t$$

ако је $y(0) = -2$.

211. рок – Јануар, 2014.

844. Одредити партикуларно решење диференцијалне једначине

$$y^2 dx + (3 - 2xy) dy = 0$$

за које важи $y(2) = 1$.

845. Одредити опште решење система диференцијалних једначина

$$x' = x - 2y + 2z$$

$$y' = y + 2z$$

$$z' = -2x + 3z.$$

846. Израчунати $\int_{C^+} \bar{z}|z|z$ ако је крива C граница области

$$D = \{z : |z| < 2, \operatorname{Re}(z) > 0\}.$$

847. Применом Лапласове трансформације решити једначину

$$y'' - y = 4 \cosh t.$$

212. рок – Јануар, 2014.

848. Одредити партикуларно решење диференцијалне једначине

$$(3 - 2xy) dx + x^2 dy = 0$$

за које важи $y(1) = 2$.

849. Одредити опште решење система диференцијалних једначина

$$x' = 3x - 2z$$

$$y' = 2x + y$$

$$z' = 2x - 2y + z.$$

850. Израчунати $\int_{C^+} \bar{z}|z|z$ ако је крива C граница области

$$D = \{z : |z| < 2, \operatorname{Re}(z) < 0\}.$$

851. Применом Лапласове трансформације решити једначину

$$y'' - y = 2 \cosh t.$$

213. рок – Фебруар 2014.

852. Решити диференцијалну једначину $y' = \frac{x}{x^2 + e^{3y}}$.

853. Одредити опште решење система диференцијалних једначина

$$\begin{aligned}x' &= 3x - 2y + z \\y' &= -2x + 6y - 2z \\z' &= -4x + 8y - 2z.\end{aligned}$$

854. Израчунати $\int_{C^+} \bar{z}|z|(Re(z) + Im(z))dz$, ако је крива C граница области $D = \{z : |z| < 3, Re(z) > 0, Im(z) > 0\}$.

855. Применом Лапласове трансформације решити једначину

$$y(t) = \sin t + \frac{1}{2} \int_0^t (t-x)^2 y(x) dx.$$

214. рок – Фебруар, 2014.

856. Решити диференцијалну једначину

$$xydx + (x^2 + y^2 + 1)dy = 0.$$

857. Решити систем диференцијалних једначина

$$x' = \frac{-x + y + z}{t}, \quad y' = \frac{x - y + z}{t}, \quad z' = \frac{x + y - z}{t}.$$

858. Израчунати $\int_{C^+} \frac{e^{z^2} - 1}{z^5 + z^3} dz$ ако је $C = \{z : |z - 1 - i| = 2\}$.

859. Применом Лапласове трансформације решити једначину

$$y''' - 2y'' + y' - 2y = 25te^{2t}$$

ако је $y(0) = 0$ и $y'(0) = y''(0) = -1$.

215. рок – Јуни, 2014.

860. Решити диференцијалну једначину $(ye^y - 2xy + 1)y' = y^2$.

861. Одредити опште решење система диференцијалних једначина

$$\begin{aligned}x' &= -2y \\y' &= x - 2y - z \\z' &= x - y - 2z.\end{aligned}$$

862. Одредити аналитичку функцију $f : x + iy \mapsto u(x, y) + iv(x, y)$ за коју је $u(x, y) = x^2 + 2xy - y^2$, а затим израчунати $\int_L f(z) dz$, где је L оријентисана дуж од тачке $A = i$ до тачке $B = 1$.

863. Применом Лапласове трансформације решити једначину

$$y''' + y = 1$$

ако је $y(0) = y'(0) = y''(0) = 1$.

216. рок – Јуни, 2014.

864. За диференцијалну једначину

$$(1 + 2x \cos y)dx + x \tan y dy = 0$$

одредити интеграциони фактор облика $\lambda(y)$, а затим решити једначину.

865. Одредити опште решење диференцијалне једначине

$$y'' + 2y' + y = 2e^{-x} - 2 \cos x + 4 \sin x.$$

866. Израчунати $\int_{C^-} \frac{dz}{z \sinh z}$ ако је $C = \{z : |z - 2i| = 3\}$.

867. Применом Лапласове трансформације решити систем

$$x' = x - y + 5 \cos t, \quad y' = -4x + y$$

ако је $x(0) = 0$ и $y(0) = 5$.

217. рок – Септембар, 2014.

868. Решити диференцијалну једначину

$$(x^3 + \sin y)y' = x^2.$$

869. Одредити опште решење система диференцијалних једначина

$$\begin{aligned}x' &= 3x - 2y - z \\y' &= -2x + 6y + 2z \\z' &= 4x - 8y - 2z.\end{aligned}$$

870. Израчунати $\int_{C^+} \frac{\cos z}{z(z - \pi/4)^2} dz$ ако је $C = \{z : |z - i| = \sqrt{2}\}$.

871. Применом Лапласове трансформације решити једначину

$$y'' + 2y' + 5y = e^{-t} \sin 2t$$

ако је $y(0) = y'(0) = 1$.

218. рок – Октобар, 2014.

872. Решити диференцијалну једначину

$$(y^2 \sin x - 1)dx + 2\frac{x}{y}dy = 0.$$

873. Одредити опште решење система диференцијалних једначина

$$\begin{aligned}x' &= x + 3y - 3z \\y' &= 2x + 2y - 4z \\z' &= -x - 7y + 5z.\end{aligned}$$

874. Израчунати $\int_{C^+} (z + |z|)\bar{z}dz$ ако је C граница области

$$D = \{z : |z| < 1, \operatorname{Im}(z) > 0\}.$$

875. Применом Лапласове трансформације решити једначину

$$y'' + 4y' + 4y = \cos 2t$$

ако је $y(0) = 0$ и $y'(0) = 1$.

219. рок – Април, 2015.

876. Решити диференцијалну једначину $y' = y^4 \cos x + y \tan x$.

877. Одредити опште решење система диференцијалних једначина

$$\begin{aligned}x' &= x + 2y - z \\y' &= -x + z \\z' &= -2x - 2y + 3z.\end{aligned}$$

878. Одредити аналитичку функцију $f : x + iy \mapsto u(x, y) + iv(x, y)$ ако је $f(0) = i$ и $u(x, y) = x^2 - y^2 - x$.

879. Применом Лапласове трансформације решити једначину

$$y'' + 2y' + y = 2 \cos^2 t$$

ако је $y(0) = y'(0) = 0$.

220. рок – Септембар, 2015.

880. Решити диференцијалну једначину

$$xy' = y + \sqrt{x^2 + y^2}.$$

881. Одредити опште решење система диференцијалних једначина

$$\begin{aligned}x' &= 5x - y - 4z \\y' &= -12x + 5y + 12z \\z' &= 10x - 3y - 9z.\end{aligned}$$

882. Израчунати $\int_{C^+} \frac{e^{\pi z}}{z^6 - z^2} dz$ ако је $C = \{z : |2z - i| = 2\}$.

883. Применом Лапласове трансформације решити једначину

$$y''(t) + \int_0^t (y''(x) + y(x)) \sin(t - x) dx = 2 \cos t$$

ако је $y(0) = y'(0) = 0$.

221. рок – Септембар, 2015.

884. За диференцијалну једначину

$$(xy \sin x + x \sin y + y^2) dx + (x^2 \cos y - x \cos x + 2xy \ln xy) dy = 0$$

одредити интеграциони фактор облика $\lambda(x)$, а затим решити једначину.

885. Одредити опште решење система диференцијалних једначина

$$x' = \frac{x + y}{t} + \frac{2y}{x - y}, \quad y' = \frac{x + y}{t} + \frac{2x}{x - y}.$$

886. Израчунати $\int_{C^-} \frac{\cos(z + i)}{z^4 + z^2} dz$ ако је $C = \{z : |2z + i| = 2\}$.

887. Применом Лапласове трансформације решити систем

$$x'' - 3x + 2y = 0, \quad y'' - 8x + 5y = 0$$

ако је $x(0) = y(0) = 0$ и $x'(0) = y'(0) = 1$.

222. рок – Јануар, 2016.

888. Решити диференцијалну једначину

$$xy + x^2 + y^2 = x^2 y'.$$

889. Одредити опште решење диференцијалне једначине

$$y'' + 3y' + 2y = \frac{1}{1 + e^x}.$$

890. Израчунати $\int_{C^+} \bar{z}(Re^2 z - Im^2 z) dz$, ако је C троугао чија су темена тачке $z_1 = 0$, $z_2 = 3$ и $z_3 = 3i$.

891. Применом Лапласове трансформације решити једначину

$$y(t) = e^{-t} \cos t + \int_0^t y(x) dx.$$

223. рок – Фебруар 2016.

892. За диференцијалну једначину

$$(x + 3x^3 \sin y) dx + x^4 \cos y dy = 0$$

одредити интеграциони фактор облика $\lambda(x)$, а затим решити једначину.

893. Одредити опште решење диференцијалне једначине $yy'' = y^2y' + y'^2$.

894. Израчунати $\int_{C^+} |\bar{z}|^7 \cdot \operatorname{Re}(z) dz$ ако је C граница области

$$D = \{z : |z| < 1, \operatorname{Re}(z) < 0, \operatorname{Im}(z) < 0\}.$$

895. Применом Лапласове трансформације решити систем диференцијалних једначина

$$x' + y' + x + y = 0, \quad 2x' - y' + 2x + 2y = t$$

ако је $x(0) = 1$ и $y(0) = 2$.

224. рок – Фебруар, 2016.

896. Решити диференцијалну једначину $yy' + x = \sqrt{x^2 + y^2}$.

897. Одредити опште решење диференцијалне једначине

$$y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{\sqrt{x}}.$$

898. Израчунати $\int_{C^+} \frac{z^6 + 1}{z^2(2z - 1)(z - 2)} dz$ ако је $C = \{z : |z| = 1\}$.

899. Применом Лапласове трансформације решити систем диференцијалних једначина

$$x' + y' + 5x + 3y = e^{-t}, \quad 2x' + y' + x + y = 3$$

ако је $x(0) = 2$ и $y(0) = 1$.